ಪ್ರಕಾಶಕರ ನಿವೇದನೆ

ಮಕ್ಕಳು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಬೇಕಾದ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಮಹತ್ವದ್ದೂ ನಿತ್ಯೋಪಯೋಗಿಯೂ ಆದ ಗಣಿತವನ್ನು ಕುರಿತು ಉಪಯುಕ್ತ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಇದ್ದಷ್ಟೂ ಒಳಿತು. ಈ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಗಣಿತಮಾಲೆಯೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಲು ಹಲವು ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದಲೂ ಶಿಕ್ಷಣಪ್ರೇಮಿಗಳಿಂದಲೂ ಆಗ್ರಹದ ಸೂಚನೆಗಳು ಬಂದ ಮೇರೆಗೆ, ಈ 'ಗಣಿತ ಬೋಧೆ' ಎಂಬ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಮಾಲೆಯನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುವ ಸಾಹಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ೪ ರಿಂದ ೭ನೆಯ ತರಗತಿಯ ವರೆಗಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ನಾಲ್ಕು ಹೊತ್ತಗೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತದ ಅಭ್ಯಾಸಪತ್ರಿಕೆಯನ್ನು ನೋಡಿದರೆ, ನಾಲ್ಕನೆಯ ತರಗತಿಗಿದ್ದ ಗಣಿತ ಪ್ರಮೇಯಗಳೇ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಗಳ ಗಣಿತ ವಿಷಯಕ್ಕೂ ತಳಹದಿಯಾಗಿವೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ತಳಹದಿಯನ್ನು ಭದ್ರಗೊಳಿಸುವದಕ್ಕಾಗಿ ೪ನೆಯ ವರ್ಗದ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೂ ಮನದಟ್ಟಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿಯೂ ತರ್ಕಶುದ್ಧವಾಗಿಯೂ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರಮಾಣದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ, ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿ, ಪಟ್ಟಿಪದ್ಧತಿ ಈ ಮೂರೂ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿದೆ.

೫ನೆಯ ತರಗತಿಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ, ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ದೊರಕಿಸಿದ ಗಣಿತಜ್ಞಾನವನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದೆ.

೬ನೆಯ ತರಗತಿಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ, ಹಿಂದಿನ ಜ್ಞಾನದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವಿಷಯವಿವರಣೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ಸೇವ್ಹಿಂಗ್ಸಬ್ಯಾಂಕು, ಜಂತ್ರಿ ಮೊದಲಾದವುಗಳ ಉಪಯುಕ್ತತೆಯನ್ನೂ ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೂ ಹೇಳಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಪ್ರವಾಸದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳೊಡನೆ ತಿಳಿಸಿದೆ.

೭ನೆಯ ತರಗತಿಯ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಹೊಲಗಳನ್ನಳೆಯುವ ರೀತಿ, ಅದರ ಉಪಕರಣಗಳು, ನಕಾಶೆ ರಚನೆ, ನಕಾಶದಿಂದ ಭೂಮಿಯ

(ಕವ್ಹರ ಮೂರನೇ ಪುಟ ನೋಡಿರಿ.)

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆಗಳ ೪ನೆಯ ತರಗತಿಗೆ ಪಠ್ಯ (ಟೆಕ್ಸ್ಟ)
ಪುಸ್ತಕವೆಂದು ಮಂಜೂರಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ ಬೋಧೆ

157

(ಅಂಕಗಣಿತ, ಜಮಾಖರ್ಚು)

ನಾಲ್ಕನೆಯ ಇಯತ್ತೆಗಾಗಿ

ತಜ್ಞ ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ರಚಿತವಾದುದು

ಪ್ರಕಾಶಕರು :
ಕನ್ನಡ ಸಾಹಿತ್ಯ ಪ್ರಕಾಶನ,
ಧಾರವಾಡ

[ನಾಲ್ಕನೆಯ ಆವೃತ್ತಿ]

೧೯೫೭] [ಬೆಲೆ: ೧-೦-೦

ಪರಿವಿಡಿ

ಮುನ್ನುಡಿ

ಗಣಿತ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಮಾಲೆಯನ್ನು ಪ್ರಸಿದ್ಧಿಸಿದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರಕಾಶಕರನ್ನು ಅಭಿನಂದಿಸುವೆನು. ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಶಾಲೆಯ ಮಕ್ಕಳು ಲಾಭ ಹೊಂದುವರೆಂದು ಹಾರೈಸುವೆನು.

ಈ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿಯ ಕೆಲವೊಂದು ಉತ್ತಮ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

(೧) ವಿಷಯ ವಿವೇಚನೆಯು ಕ್ರಮಬದ್ಧ ಹಾಗು ತರ್ಕಬದ್ಧವಾಗಿದೆ.

(೨) ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣಗಳು ಸರಳ ಹಾಗು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದ್ದು ಮನದಟ್ಟಾಗುವಂತೆ ಕೊಡಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

(೩) ವಿಷಯವಿವೇಚನೆಯನ್ನು ತಕ್ಕ ಆಕೃತಿಗಳ ಹಾಗು ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಲಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

(೪) ಸಾಕಷ್ಟು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

(೫) ಪ್ರಮೇಯದ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಉದಾಹರಿಸುವ ಅನೇಕ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿವೆ.

(೬) ಬಿಡಿಸಲಿಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟ ಲೆಕ್ಕಗಳು ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವಾಗಿದ್ದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟವುಗಳಾಗಿವೆ.

(೭) ೪ ಹಾಗು ೫ನೆಯ ತರಗತಿಯ ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೋ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಏಕಮಾನಪದ್ಧತಿ, ತ್ರೈರಾಶಿಕಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ಪಟ್ಟಿಪದ್ಧತಿ ಹೀಗೆ ಮೂರು ರೀತಿಯಿಂದಲೂ ಬಿಡಿಸಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದೇನು ಅವಶ್ಯವಲ್ಲವೆಂದು ನನ್ನ ಅಭಿಪ್ರಾಯ. ಕೇವಲ ಪಟ್ಟಿನ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಕೊಡುವದು ಒಳಿತು. ಈ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದಲೇ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬೇಗ ಬಿಡಿಸಲಿಕ್ಕೆ ಬರುವದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ರೂಢಿಯಿಂದ ಈ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಮನನ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಲ್ಲರು.

28–7–1952 }
Dharwar }

B. B. Bagi
ನಿವೃತ್ತ ಗಣಿತ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಕಾಲೇಜ, ಧಾರವಾಡ

ಅಭಿಪ್ರಾಯ

ಕನ್ನಡ ಸಾಹಿತ್ಯ ಪ್ರಕಾಶನದವರು ಪ್ರಕಾಶಿಸಿದ ಗಣಿತ ಮಾಲೆಯು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ಪ್ರಗತಿಯ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸ್ತುತ್ಯಪ್ರಯತ್ನವಾಗಿದೆ. ವಿಷಯಸಂಗ್ರಹವು ಆಯಾ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾಗಿದೆ. ವಿಷಯದ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣಕ್ಕೆ ಅವಶ್ಯವಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದಲೂ, ಹೊಸ ವಿಷಯದ ದೃಢೀಕರಣಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ರೂಢಿಯ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಂದಲೂ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ದೈನಂದಿನ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವಾಗುವದರಲ್ಲಿ ಸಂದೇಹವಿಲ್ಲ. ಇದು ಈಗಿನ ಶಿಕ್ಷಣ ಪದ್ಧತಿಗನುಗುಣವಾಗಿ ರಚಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುವದರಿಂದ ಈ ಮಾಲೆಗೆ ಸರಿಯಾದ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹವು ದೊರೆಯುವದೆಂದು ನಂಬುತ್ತೇನೆ.

Hubli }
25—7—'52 }

H. F. Kattimani
B. A., M. L. C.

ಗಣಿತ ಬೋಧೆ

೪ನೆಯ ತರಗತಿಗೆ

ಸಂಖ್ಯಾಲೇಖನ

ಲಕ್ಷದವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಬಾಲಕರೇ, ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ನೀವು ಎಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ದಶಸಹಸ್ರ (ಹತ್ತುಸಾವಿರ) ದ ವರೆಗಿನ ೫ ಸ್ಥಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲೂ, ಓದಲೂ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ ದಶಸಹಸ್ರ ಸಹಸ್ರ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನೂ, ದಹಂ ಎಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನೂ ಕೂಡಿಯೇ ಓದಬೇಕಲ್ಲವೇ ? ಇನ್ನು ಆಯಾ ಸ್ಥಾನಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನೆನಪಿಗಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

೧೦ ಎಕ್ಕಂ = ೧ ದಹಂ; ೧೦ ದಹಂ = ೧ ಶತಂ; ೧೦ ಶತಂ = ೧ ಸಹಸ್ರ ಮತ್ತು ೧೦ ಸಹಸ್ರ = ೧ ದಶಸಹಸ್ರ.

(೧) ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ :

೪೫೬೭೮; ೩೦೨೬೮; ೬೭೦೨೩; ೨೦೦೮೬; ೩೨೬೦೫.

(೨) ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ :

(ಅ) ನಾಲ್ವತ್ತಾರುಸಾವಿರದ ಐದು ನೂರಾ ಮೂವತ್ತೇಳು.

(ಆ) ಅರವತ್ತೆಂಟುಸಾವಿರದ ಐವತ್ತೇಳು.

(ಇ) ಮೂವತ್ತುಸಾವಿರದ ನಾಲ್ಕು.

(ಈ) ಎಪ್ಪತ್ತೆರಡುಸಾವಿರದ ಎಂಟು.

(ಉ) ಇಪ್ಪತ್ತೆಂಟುಸಾವಿರದ ಐದುನೂರಾ ಆರು.

ಇನ್ನು ಮೂರು ಸ್ಥಾನಗಳ ಅತಿದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ?

೯೯೯ ಅಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ನನ್ನ ಹತ್ತಿರ ೯೯೯ ರೂ. ಗಳಿರುತ್ತವೆಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ೧ ರೂ. ಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟಾಗುವವು ? ೯೯೯ ಅಂದರೆ ೯ ನೂರು + ೯೯. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ೧ನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು ೯೯ + ೧ = ೧ ನೂರು. ಇದರಲ್ಲಿ ೯ ನೂರು ಕೂಡಿಸಲು = ೧೦ ನೂರು. ೧೦ ನೂರು = ೧ ಸಾವಿರ. ಇದನ್ನು ಬರೆದು ತೋರಿಸುವದಾದರೆ

```
 ೯೯೯
 + ೧
-----
 ೧೧೧
-----
೧೦೦೦
```

೧೦೦೦ ಇದು ನಾಲ್ಕು ಸ್ಥಾನಗಳ ತೀರ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಆದರಂತೆ ಐದು ಸ್ಥಾನಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾವುದು? ೯೯೯೯೯ ಅಲ್ಲವೇ? ಒಂದು ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ೯೯೯೯೯ ಹುಣಸೇ ಕಾಳುಗಳುಂಟು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ೧ ಕಾಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಕೂಡಿಸಲು ಒಟ್ಟು ಕಾಳುಗಳು ಎಷ್ಟಾಗುವವು ?

೯೯ ಸಾವಿರ + ೯೯೯ ಇದರಲ್ಲಿ ೧ನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ೯೯೯ ರಲ್ಲಿ ೧ನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು ಜೋಡು ೧ ಸಾವಿರವಾಗುವದೆಂಬದನ್ನು ಮೇಲೆಯೇ ತೋರಿಸಿದೆ.

∴ ೯೯ ಸಾವಿರ + ೯೯೯ + ೧ = ೯೯ ಸಾವಿರ + ೧ ಸಾವಿರ.

∴ ಒಟ್ಟು ೧೦೦ ಸಾವಿರವಾಯಿತು. ೧೦೦ ಸಾವಿರವೆಂದರೆ ೧೦ ದಶಸಹಸ್ರ. ಇದನ್ನೇ ಬರೆದು ತೋರಿಸುವದಾದರೆ

?	ದಶಸಹಸ್ರ	ಸಹಸ್ರ	ಶತಂ	ದಶಂ	ಏಕಂ
	೯	೯	೯	೯	೯
+					೧
೧	೧	೧	೧	೧	
೧	೦	೦	೦	೦	೦

ವಿವರಣೆ:— ಕೂಡಿಸತಕ್ಕ ಅಂಕಿ ೧ ಇದ್ದು ಎಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನದ ೯ರಲ್ಲಿ ೧ನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು ೧೦ ಎಕ್ಕಂ ಆಯಿತು. ೧೦ ಎಕ್ಕಂ = ೧ ದಹಂ ಇರುವದರಿಂದ ದಹಂ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕೈಲೆ ೧ ಬರೆದು, ಎಕ್ಕಂ ಇಲ್ಲದ್ದರಿಂದ ಆ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ (೦) ವನ್ನು ಬರೆಯಿತು. ಮುಂದೆ ೯ ದಹಂ ದಲ್ಲಿ ಕೈಲೆ ೧ ದಹಂ ಕೂಡಿಸಲು ೧೦ ದಹಂ ಅಂದರೆ ೧ ಶತಂ ಆಯಿತು. ಆದ್ದರಿಂದ ಶತಂ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕೈಲೆ ೧ ಇಟ್ಟು ದಹಂ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ (೦) ಬರೆಯಿತು. ಹಾಗೆಯೇ ದಶಸಹಸ್ರ ಸ್ಥಾನದ ವರೆಗೆ ಕೂಡಿಸುತ್ತ ಹೋಗಿ ಕೊನೆಗೆ ೯ ದಶಸಹಸ್ರದಲ್ಲಿ ಕೈಲೆ ೧ ದಶಸಹಸ್ರವನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು ೧೦ ದಶಸಹಸ್ರವಾಯಿತು. ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬೇಕು? ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದ್ದ ೫ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿಯ ೪ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಶೂನ್ಯವನ್ನು ಬರೆದಿದೆ. ೫ನೇ ಸ್ಥಾನವು ದಶಸಹಸ್ರದ್ದಿದ್ದು ಅಲ್ಲಿ ೧೦ ದಶಸಹಸ್ರ ಬರೆಯಬಹುದೇ? ಈ ವರೆಗೆ ನಾವು ಅನುಸರಿಸಿದ ದಶಕ ಪದ್ಧತಿಯ ಸಂಖ್ಯಾಲೇಖನ ಕ್ರಮದಂತೆ ನೋಡಲಾಗಿ ಯಾವದೊಂದು ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೧೦ ಬಂದರೆ ಆ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ (೦) ಶೂನ್ಯ ಬರೆದು, ಆ ಸ್ಥಾನದ ೧೦ ಪಟ್ಟು ತೋರಿಸುವದಕ್ಕಾಗಿ ಅದಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿ ಎಡಗಡೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೧ನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅದೇ ಕ್ರಮದಿಂದ ದಶಸಹಸ್ರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಬಂದ ೧೦ನ್ನು ಬರೆಯುವದಾದರೆ (೦) ಶೂನ್ಯವನ್ನು ದಶಸಹಸ್ರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಬರೆದು, ಆ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿ ಎಡಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ೧ನ್ನು ಬರೆಯಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ೫ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಶೂನ್ಯ ಬರೆದು, ಕಲ್ಪಿಸಿದ ೬ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೧ನ್ನು ಬರೆದಂತಾಯಿತು; ಈ ೬ನೇ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಲಕ್ಷವೆಂದು ಹೆಸರು. ಅದರ ಬೆಲೆ ೧೦ ದಶಸಹಸ್ರ. ∴ ೧ ಲಕ್ಷ = ೧೦ ದಶಸಹಸ್ರ = ೧೦೦ ಸಹಸ್ರ. ಇದನ್ನು ಬರೆಯುವದಾದರೆ

ಲಕ್ಷ	ದಶಸಹಸ್ರ	ಸಹಸ್ರ	ಶತಂ	ದಹಂ	ಎಕ್ಕಂ
೧	೦	೦	೦	೦	೦

ಎಂದು ಬರೆಯಬೇಕು. ಮತ್ತು ಓದುವದಾದರೆ ಒಂದುಲಕ್ಷವೆಂದು ಓದಬೇಕು. ಇದು ೬ ಸ್ಥಾನಗಳ ತೀರ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದುವಾ:

	ಲಕ್ಷ	ದಶ ಸ.	ಸ.	ಶತಂ	ದಹಂ	ಎಕ್ಕಂ
(೧)	೩	೪	೫	೨	೩	೬
(೨)	೨	೦	೮	೬	೯	೩
(೩)	೫	೮	೭	೦	೦	೪

೧ನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ:—ಮೂರುಲಕ್ಷ, ನಾಲ್ವತ್ತೈದು ಸಾವಿರ, ಎರಡುನೂರಾ ಮೂವತ್ತಾರು.

೨ನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ:—ಎರಡು ಲಕ್ಷ, ಎಂಟುಸಾವಿರ ಆರುನೂರಾ ತೊಂಬತ್ಮೂರು.

೩ನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ:—ಐದುಲಕ್ಷ ಎಂಬತ್ತೇಳುಸಾವಿರದ ನಾಲ್ಕು.

ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾ:

(೧) ಒಂಬತ್ತುಲಕ್ಷ ನಾಲ್ವತ್ತೆಂಟುಸಾವಿರ ಐದುನೂರಾ ಎಪ್ಪತ್ತೆಂಟು.

(೨) ಆರುಲಕ್ಷ ಹದಿಮೂರುಸಾವಿರ ಏಳುನೂರಾ ಐದು.

(೩) ಎರಡುಲಕ್ಷ ಏಳುಸಾವಿರ ಐವತ್ತಾರು.

	ಲಕ್ಷ	ದಶ ಸ.	ಸ.	ಶತಂ	ದಹಂ	ಎಕ್ಕಂ
(೧)	೯	೪	೮	೫	೭	೮
(೨)	೬	೧	೩	೭	೦	೫
(೩)	೨	೦	೭	೦	೫	೬

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮ

(ಅ) ಮೊದಲು ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ಎಕ್ಕಂ, ದಹಂ, ಶತಂ, ಸಹಸ್ರ, ದಶಸಹಸ್ರ, ಲಕ್ಷ ಇತ್ಯಾದಿ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ಆ) ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಲಕ್ಷ, ದ. ಸಾವಿರ, ಸಾವಿರ, ನೂರು, ದಹಂ, ಎಕ್ಕಂಗಳನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಂಡು ಆಯಾ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ (೧)

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ:

(೧) ೪೩೫೬೨೮ (೨) ೮೫೦೩೪೫

(೩) ೯೦೮೭೪೬ (೪) ೨೦೦೩೮೪

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ :

(೫) ಎಂಟುಲಕ್ಷ ಇಪ್ಪತ್ನಾಲ್ಕುಸಾವಿರ ಆರುನೂರಾ ಹದಿನೆಂಟು.

(೬) ಐದುಲಕ್ಷ ಹದಿನಾರು ಸಾವಿರ ನಾಲ್ವತ್ತೆಂಟು.

(೭) ನಾಲ್ಕುಲಕ್ಷ ಐವತ್ತಾರುಸಾವಿರ ಎಂಟುನೂರಾ ನಾಲ್ಕು.

(೮) ಏಳುಲಕ್ಷ ನಾಲ್ವತ್ತೆಂಟುಸಾವಿರದ ಆರು.

(೯) ೪, ೫, ೬ ಸ್ಥಾನಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೦) ೫, ೬ ಸ್ಥಾನಗಳ ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೧) ಒಂದು ಲಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಾವಿರ, ಎಷ್ಟು ನೂರುಗಳಾಗುವವು ? ೪ ಲಕ್ಷ = ಎಷ್ಟು ನೂರು ?

(೧೨) ೭ ಲಕ್ಷ = ಎಷ್ಟು ಹತ್ತರ ಗಂಟುಗಳು ? ೬೦೦೦ ದಹಂ = ? ೮೦ ದ. ಸಾವಿರ = ?

ದಶಲಕ್ಷ, ಕೋಟಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಬಾಲಕರೇ, ನೀವು ಈಗ ೬ ಸ್ಥಾನಗಳುಳ್ಳ ಅಂದರೆ ಲಕ್ಷದ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ೧೦ ಸಹಸ್ರ = ೧ ದ. ಸಹಸ್ರ; ೧೦೦ ಸಹಸ್ರ = ೧೦ ದಶ ಸಹಸ್ರ = ೧ ಲಕ್ಷವೆಂಬುದನ್ನೂ ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಅದರಂತೆ ಲಕ್ಷಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಲಿಕ್ಕೂ ಓದಲಿಕ್ಕೂ ಕಲಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ೧೦ ಲಕ್ಷಗಳಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಒಂದು ಗಂಟನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಆದಕ್ಕೆ **೧ ದಶಲಕ್ಷವೆಂದೂ**, ದಶಲಕ್ಷದಂಥ ೧೦ ಗಂಟುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಗಂಟನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಅದಕ್ಕೆ **೧ ಕೋಟಿ** ಎಂದೂ ಕರೆಯುವರು. ∴ ೧೦ ಲಕ್ಷ = ೧ ದಶಲಕ್ಷ; ಮತ್ತು ೧೦೦ ಲಕ್ಷ = ೧೦ ದಶಲಕ್ಷ = ೧ ಕೋಟಿ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿರಿ.

ದಶಲಕ್ಷ, ಕೋಟಿಗಳ ವರೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವದಕ್ಕೂ ಓದುವ ದಕ್ಕೂ ಅನುಕೂಲವಾಗಬೇಕೆಂದು ನಾವು ಈ ಮೊದಲು ಕಲಿತಿರುವ ಮಹತ್ವದ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ತಂದುಕೊಳ್ಳುವಾ.

(೧) ದಶಕಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ ಒಂದೊಂದು ಸ್ಥಾನ ಸರಿಯುತ್ತಾಹೋದಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬೆಲೆಯು ಹತ್ತು ಹತ್ತುಪಟ್ಟು ಬೆಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆಂಬದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ.

ಉದಾ:— ಶತಂ ದ ೧೦ ಪಟ್ಟನ್ನು ಅದರ ಎಡಗಡೆಯ ಸಹಸ್ರದ ಸ್ಥಾನ ದಲ್ಲಿಯೂ, ಸಹಸ್ರದ ಹತ್ತು ಪಟ್ಟನ್ನು ಅದರ ಎಡಗಡೆಯ ದ. ಸಹಸ್ರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಈ ಮೊದಲೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಇದೇ ಕ್ರಮದಿಂದ ಲಕ್ಷದ ೧೦ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ದಶಲಕ್ಷವನ್ನು ಲಕ್ಷಸ್ಥಾನದ ಎಡ ಗಡೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ, ದಶಲಕ್ಷದ ಹತ್ತು ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ಕೋಟಿಯನ್ನು ದಶಲಕ್ಷ ಸ್ಥಾನದ ಎಡಗಡೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆಯುವರು. ಒಟ್ಟಿನ ಮೇಲಿಂದ

(೨) ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ಸಾಗಲು ೧ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಎಕ್ಕಂ, ೨ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ದಹಂ, ೩ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ಶತಂ, ೪ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ಸಹಸ್ರ ಅಥವಾ ಸಾವಿರ, ೫ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ದಶ ಸಹಸ್ರ ಅಥವಾ ದಶಸಾವಿರ, ೬ನೆಯ ದ್ದರಲ್ಲಿ ಲಕ್ಷ, ೭ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ದಶಲಕ್ಷ, ೮ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ಕೋಟಿ ಈ ಪ್ರಕಾರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವದೂ, ಓದುವದೂ ಕ್ರಮಪ್ರಾಪ್ತವಾಗಿದೆ. ಇದೇ ಕ್ರಮವು ಮುಂದೆ ಇನ್ನೂ ದೊಡ್ಡ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲೇಖನದಲ್ಲಿಯೂ ಅನುಸರಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದುವದು:—

	ಕೋಟಿ	ದಶಲಕ್ಷ	ಲಕ್ಷ	ದ. ಸ.	ಸ.	ಶತಂ	ದಹಂ	ಎಕ್ಕಂ
(೧)	೫	೨	೩	೫	೬	೭	೩	೮
(೨)	೭	೦	೫	೩	೪	೮	೯	೨
(೩)	೪	೬	೦	೦	೩	೦	೦	೭

ರೀತಿ:—

(೧) ಐದುಕೋಟಿ ಇಪ್ಪತ್ಮೂರುಲಕ್ಷ ಐವತ್ತಾರುಸಾವಿರ ಏಳು ನೂರಾ ಮೂವತ್ತೆಂಟು.

(೨) ಏಳುಕೋಟಿ ಐದುಲಕ್ಷ ಮೂವತ್ನಾಲ್ಕುಸಾವಿರ ಎಂಟುನೂರಾ ತೊಂಬತ್ತೆರಡು.

(೩) ನಾಲ್ಕುಕೋಟಿ ಅರುವತ್ತುಲಕ್ಷ ಮೂರುಸಾವಿರದ ಏಳು.

ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವದು:—

(೧) ಮೂರುಕೋಟಿ ನಾಲ್ವತ್ತೈದುಲಕ್ಷ ಅರುವತ್ತಾರುಸಾವಿರ ಏಳು ನೂರಾ ಐವತ್ತಮ್ಮೂರು.

(೨) ಎರಡುಕೋಟಿ ನಾಲ್ಕುಲಕ್ಷ ಐವತ್ತಾರುಸಾವಿರ ಎಂಟು ನೂರಾ ಏಳು.

(೩) ನಾಲ್ಕುಕೋಟಿ ಇಪ್ಪತ್ತೆರಡುಲಕ್ಷ ಆರುನೂರಾ ಹದಿಮೂರು.

ರೀತಿ:—

	ಕೋಟಿ	ದಶಲಕ್ಷ	ಲ.	ದ.ಸ.	ಸ.	ಶತಂ	ದಹಂ	ಏಕ್ಕಂ
(೧)	೩	೪	೫	೬	೬	೭	೫	೩
(೨)	೨	೦	೪	೫	೬	೮	೦	೭
(೩)	೪	೨	೨	೦	೦	೬	೧	೩

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮ:—

(ಅ) ಏಕ್ಕಂ, ದಹಂ, ಶತಂ ಇತ್ಯಾದಿ ಕೋಟಿಯ ವರೆಗೆ ಎಲ್ಲ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಬಲಗಡೆಯಿಂದ ಬರೆಯುವದು.

(ಆ) ಕೋಟಿ, ದಶಲಕ್ಷ, ಲಕ್ಷ, ದಶಸಹಸ್ರ ಇತ್ಯಾದಿ ಏಕ್ಕಂ ದ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯಾ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು. ಯಾವದೊಂದು ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳಿರದಿದ್ದರೆ ಅಲ್ಲಿ (೦) ಶೂನ್ಯವನ್ನಿಡಬೇಕು.

ಲಕ್ಷ, ಕೋಟಿ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಧ, ಮುಕ್ಕಾಲು, ಒಂದೂವರೆ, ಎರಡೂವರೆ ಮುಂತಾಗಿ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿಯೂ ಹೇಳುವದುಂಟು.

ಉದಾ:— ಒಬ್ಬ ಜೇಸಾಯಿಯ ವಾರ್ಷಿಕ ಉತ್ಪನ್ನವು ಅರ್ಧ ಲಕ್ಷ ರೂ. ಒಂದು ಸಂಸ್ಥಾನದ ಉತ್ಪನ್ನವು ಎರಡೂವರೆಕೋಟಿ ರೂಪಾಯಿ ಅದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ (೨)

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ.

(೧) ೭೨೩೪೮೬೫೪ (೨) ೬೪೨೦೬೦೭೮

(೩) ೫೦೬೦೭೦೮೦ (೪) ೪೦೦೨೮೩೦೯

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ:

(೫) ಆರುಕೋಟಿ ಎಪ್ಪತ್ತೆರಡುಲಕ್ಷ ಮೂವತ್ತಾರುಸಾವಿರ ನಾಲ್ಕುನೂರಾ ಐದು.

(೬) ಮೂರುಕೋಟಿ ಎಂಬತ್ತೊಮ್ಮರುಸಾವಿರ ಎಂಟುನೂರಾ ಇಪ್ಪತ್ತೆಂಟು.

(೭) ಎರಡುಕೋಟಿ ಮೂರುಲಕ್ಷ ನಾಲ್ಕುಸಾವಿರ ಐದುನೂರಾ ಆರು.

(೮) ಒಂಬತ್ತುಕೋಟಿ ಎಂಬತ್ತೆಂಟು:ಲಕ್ಷಆರುನೂರಾ ಇಪ್ಪತ್ನಾಲ್ಕು.

(೯) ೩೦೦ ಸಾವಿರ=? ೪೫೦ ನೂರು = ? ೬೩೦ ಲಕ್ಷ= ?

(೧೦) ೭೦೦೦ ಸಾವಿರ=? ೧೨೦೦ ದ.ಸಹಸ್ರ=? ೨೫೦೦೦ ನೂರು=?

ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೧೧) ಅರ್ಧಲಕ್ಷ=....ಸಾವಿರ; ಮುಕ್ಕಾಲುಕೋಟಿ=....ದ. ಸಾವಿರ.

(೧೨) ಎರಡೂವರೆಕೋಟಿ=....ಲಕ್ಷ; ೨೫ ಲಕ್ಷ=....ಕೋಟಿ.

ನಾಲ್ಕು, ಐದು ಸ್ಥಾನಗಳುಳ್ಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ, ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಂತೆಯೇ ಲಕ್ಷ ಕೋಟಿಯ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೀಜು, ವಜಾಬಾಕಿ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನಾದರೂ ಮಾಡಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ (೩)

ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ:—

(೧) ೩೨೪೬೭೫೩೪
+ ೬೫೬೦೦೭೮೪
....

(೨) ೬೭೮೩೪೫೫೮
+ ೮೩೫೬೬೭೫
....

(೩) ೬೨೮೬೩೫೭೮
− ೨೩೯೮೪೭೬೯
....

(೪) ೨೦೮೫೨೬೦೯
− ೯೬೭೮೫೨೮
....

(೫) ೬೩೮೩೫೬ (೬) ೫೮೩೬೪೭೮

× ೩೪೮ × ೫೬೭

....

(೭) ೨೬೬೯೫೬೭೮೯ ÷ ೧೨೩ (೮) ೭೮೫೬೪೫೯ ÷ ೨೨೫

ವಿವಿಧ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ

ಉದಾ:— ೧ ಚೀಲ ಜೋಳಕ್ಕೆ ೧೫ ರೂ. ೬ ಆ. ೮ ಪೈ ಆದರೆ ೨೮ ಚೀಲ ಜೋಳದ ಬೆಲೆ ಏನು ?

ರೀತಿ:— ೧೫ ರೂ. ೬ ಆ. ೮ ಪೈ. ಗಳಿಗೆ ೨೮ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಬೆಲೆ ದೊರೆಯುವದು.

∴ ೧೫ ರೂ. ೬ ಆ. ೮ ಪೈ.
× ೨೮

೧೧ ರೂ. ೧೮ ಆ.

೪೩೧ ರೂ. ೧೦ ಆ. ೮ ಪೈ.

∴ ೪೩೧ ರೂ. ೧೦ ಆ. ೮ ಪೈ. ಉತ್ತರ.

ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ

(೧) ಮೊದಲು ಪೈಗಳಿಗೆ ಗುಣಿಸಿ ಆಣೆ ಮಾಡುವದು. ∴ ೮ ಪೈ. × ೨೮ = ೨೨೪ ಪೈ. = ೧೮ ಆ. ೮ ಪೈ.

∴ ಜೋಡು ಗೆರೆಗಳ ಕೆಳಗೆ ಪೈಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೮ ಪೈ. ಬರೆದು ಜೋಡು ಗೆರೆಗಳ ನಡುವೆ ಆಣೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೧೮ ಆ. ಕೈಲೆ ಹಚ್ಚಿದೆ.

(೨) ಆಣೆಗಳಿಗೆ ಗುಣಿಸಿ ಕೈಲೆ ಆಣೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಮಾಡುವದು. ∴ ೬ × ೨೮ = ೧೬೮ ಆ. ∴ ೧೬೮ ಆ. + ಕೈಲೆ ೧೮ ಆ. = ೧೮೬ ಆ. = ೧೧ ರೂ. ೧೦ ಆ.

∴ ಜೋಡು ಗೆರೆಗಳ ಕೆಳಗೆ ಆಣೆಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೧೦ ಆ. ಬರೆದು ಜೋಡು ಗೆರೆಗಳ ನಡುವೆ ರೂ. ಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಕೈಲೆ ೧೧ ರೂ. ಹಚ್ಚಿದೆ.

(೩) ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಗುಣಿಸಿ ಕೈಲೆ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವದು.

∴ ೧೫ ರೂ. × ೨೮ = ೪೨೦ ರೂ. ∴ ೪೨೦ ರೂ. + ಕೈಲೆ ೧೧ ರೂ. = ೪೩೧ ರೂ. ಅದನ್ನು ಜೋಡು ಗೆರೆಗಳ ಕೆಳಗೆ ರೂ. ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿದೆ. ∴ ೪೩೧ ರೂ. ೧೦ ಆ. ೮ ಪೈ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾ:— (೨) ೧೭ ಜನರ ೧ ವಾರದ ಕೂಲಿಯು ೧೪೬ ರೂ. ೧ ಆ. ೬ ಪೈಗಳಾದರೆ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರ ಒಂದೊಂದು ವಾರದ ಕೂಲಿ ಎಷ್ಟು ?

ರೀತಿ:— ಹೇಳಿದ ಹಣಕ್ಕೆ ೧೭ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನ ಕೂಲಿ ಬರುವದು.

∴ ೧೭) ೧೪೬ ರೂ. ೧ ಆ. ೬ ಪೈ (೮ ರೂ.
೧೩೬
೧೦ ರೂ.
× ೧೬
೧೬೦ ಆ.
+ ೧ ಆ.
೧೭) ೧೬೧ ಆ. (೯ ಆ.
೧೫೩ ಆ.
೮ ಆ.
× ೧೨
೯೬ ಪೈ.
+ ೬ ಪೈ.
೧೭) ೧೦೨ (೬ ಪೈ.
೧೦೨
೦೦೦

∴ ೮ ರೂ. ೯ ಆ. ೬ ಪೈ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನ ವಾರದ ಕೂಲಿ ಉತ್ತರ.

ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ—

(೧) ಮೊದಲು ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಭಾಗಿಸುವದು.

∴ ೧೪೬ಕ್ಕೆ ೧೭ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಭಾಗಾಕಾರ ೮ ಬಂದು ೧೦ ರೂ. ಉಳಿದವು.

(೨) ಉಳಿದ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಆಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಹೇಳಿದ ಆಣೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಬಂದದ್ದಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸುವದು.

∴ ೧೦ ರೂ. × ೧೬ = ೧೬೦ ಆ. ∴ ೧೬೦ ಆ. + ೧ ಆ. = ೧೬೧ ಆ.

∴ ೧೬೧ ಆ. ಗಳಿಗೆ ೧೭ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಭಾಗಾಕಾರ ೯ ಬಂದು ೮ ಆ. ಗಳು ಉಳಿದವು.

(೩) ಉಳಿದ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ಪೈ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಹೇಳಿದ ಪೈ ಕೂಡಿಸಿ ಭಾಗಿಸುವದು.

∴ ೮ × ೧೨ = ೯೬ ಪೈ. ∴ ೯೬ ಪೈ + ೬ ಪೈ = ೧೦೨ ಪೈ.

∴ ೧೦೨ ಪೈಗಳಿಗೆ ೧೭ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಭಾಗಾಕಾರ ೬ ಬಂದು ಶೇಷವು ೦ ಉಳಿಯುವದು.

∴ ೮ ರೂ. ೯ ಆ. ೬ ಪೈ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆ (೪)

ಗುಣಾಕಾರ (ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕ ೧ ರಿಂದ ೫)

(೧) ೧ರೂ. ೪ಆ. ಗಳಿಗೆ ೧ ಸೇರಿನಂತೆ ೪ ಸೇರು ತುಪ್ಪದ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೨) ೧ ರೂ. ೨ ಆ. ಗಳಿಗೆ ೧ ಸಾಬಣ ಬಾರು ಆದರೆ ೮ ಬಾರುಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೩) ೨ ರೂ. ೧ ಆಣೆಗೆ ೧ ಕಂಪಾಸ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಆದರೆ ೧೬ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೪) ೩ ರೂ. ೮ ಆ. ಗಳಿಗೆ ೧ ವಾರ ಕೋಟಿನ ಅರಿವೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೬ ವಾರ ಅರಿವೆಗೇನು ?

(೫) ೧ ರೂ. ಗೆ ೧ ಸೇರು, ೧ ಚಟಾಕು ಗೋದಿ ಆದರೆ ೧೨ ರೂ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಗೋದಿ ? (೮ ಚ. = ೧ ಸೇರು)

(೬) ೧ ಜಿಲ್ಲದ ಪೆಂಟಿಗೆ ೧೬ ರೂ. ೭ ಆ. ೮ ಪೈ. ಆದರೆ ೧೬ ಪೆಂಟಿಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೭) ೧ ಜಿಲ್ಲದ ಪೆಂಟಿಯ ತೂಕವು ೨ ಮಣ ೧ ಧಡೆ ೪ ಸೇರು ಇದ್ದರೆ ೨೫ ಪೆಂಟಿಗಳ ತೂಕವೆಷ್ಟು ? (೧೨ ಸೇರು = ೧ ಧಡೆ)

(೮) ೧ ಪೌಂಡು ಚಹಕ್ಕೆ ೨ ರೂ. ೪ ಆ. ೩ ಪೈ ಆದರೆ ೨೫ ಪೌಂಡು ಚಹಕ್ಕೇನು ?

(೯) ಧಾರವಾಡದಿಂದ ಗದಗಿಗೆ ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ೧ ತಾ. ೧೨ ಮಿ. ೮ ಸೇ. ಬೇಕು. ಆದರೆ ಅದರ ೨೦ ಪಟ್ಟು ಪಾರೀ ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ವೇಳೆ ಬೇಕು?

(೧೦) ಔಷಧದ ೧ ಬಾಟ್ಲಿಗೆ ೧ ಪೌಂ. ೨ ಶಿ. ೩ ಪೇ. ಆದರೆ ೨೦ ಬಾಟ್ಲಿಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೧) ಒಂದು ಸೇರು ಹತ್ತಿಯನ್ನು ಸ್ವಚ್ಛ ಮಾಡಲು ೧ ತಾ. ೯ ಮಿ. ೫ ಸೇಕಂದು ಹತ್ತುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೫೪ ಸೇರು ಹತ್ತಿಯನ್ನು ಸ್ವಚ್ಛಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ವೇಳೆ ಬೇಕಾಗುವದು ?

(೧೨) ಒಂದು ಮೋಟಾರಿನಲ್ಲಿ ೧ ಟ. ೩ ಹ. ೧ ಕ್ವಾ. ೫ ಪೌ. ತೂಕದ ಕಟ್ಟಿಗೆಯಿದ್ದರೆ ೭೬ ಮೋಟಾರಿನಲ್ಲೆಷ್ಟು ಕಟ್ಟಿಗೆಯಿರಬೇಕು ?

ಉದಾಹರಣೆ (೫)

ಭಾಗಾಕಾರ (ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕ ೧ ರಿಂದ ೪)

(೧) ಒಬ್ಬ ಬಿಸ್ತಾರನ ೧ ವಾರದ ಕೂಲಿ ೧೪ ರೂ. ೭ ಆ. ಆದರೆ ೧ ದಿನದ ಕೂಲಿ ಎಷ್ಟು ?

(೨) ೮ ರೂ. ೮ ಆ. ಗಳಿಗೆ ೮ ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೧ ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾಕ್ಕೇನು ?

(೩) ೧೨ ಜೋಡಿ ಧೋತರಗಳ ಬೆಲೆ ೧೨೦ ರೂ. ೧೪ ಆ. ಆದರೆ ೧ ಜೋಡಿಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೪) ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ೧೬ ಪ್ರತಿಗಳಿಗೆ ೧೭ ರೂ. ೮ ಆ. ಬೀಳುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೧ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೫) ೪ ಜಿಲ್ಲದ ಪೆಂಟಿಗಳ ತೂಕವು ೧ ಹೇ. ೫ ಮ. ೧ಧ. ೪ಸೇ. ಆದರೆ ೧ ಪೆಂಟಿಯ ತೂಕವೆಷ್ಟು ?

(೬) ಒಬ್ಬನು ೯ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಯಕಲ್ಲಿನ ಮೇಲಿಂದ ೭೪ ಮೈ. ೨ಫ. ೧೦೮ ಯಾರ್ಡ ಹೋದರೆ ೧ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅಂತರ ಹೋದಂತಾಯಿತು ?

(೭) ೩೮ ಡಬ್ಬಿ ಒಳ್ಳೆಣ್ಣೆಯ ತೂಕ ೫೧ ಮ. ೧ ಧ. ೨ ಸೇರು ಆದರೆ ೧ ಡಬ್ಬಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಎಣ್ಣೆ ಎಷ್ಟು ? (೧೦ ಸೇ. = ೧ ಧ.)

(೮) ೨೮ ಕುರ್ಚಿಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಿಕ್ಕೆ ೪೯ ರೂ. ೯ ಆ. ೪ ಪೈ ಖರ್ಚು ಹಿಡಿದರೆ ೧ ಕುರ್ಚಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಬಿದ್ದಂತಾಯಿತು ?

(೯) ೧೫ ತಯಾರಿ ಕೋಟುಗಳ ಬೆಲೆ ೧೨೩ ರೂ. ೪ ಆ. ೬ ಪೈಗಳಾದರೆ ೧ ಕೋಟಿನ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೦) ೬೫ ಜನ ಕೂಲಿಕಾರರು ೩೨ ರೂ. ೬ ಆ. ೯ ಪೈ ಕೂಲಿಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಂಡರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನ ಪಾಲಿಗೆ ಬಂದ ಕೂಲಿ ಎಷ್ಟು ?

ಮಿಶ್ರ ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೬)

(೧) ೧ ಪೌಂಡಿಗೆ ೨ ರೂ. ೪ ಆ. ೬ ಪೈಗಳಂತೆ ೧೮ ಪೌಂಡು ಚಹ ವನ್ನೂ ಮತ್ತು ೧ ಪೌಂಡಿಗೆ ೧ ರೂ. ೧೪ ಆ. ೪ ಪೈಗಳಂತಿರುವ ೨೦ ಪೌಂಡು ಚಹವನ್ನೂ ಕೊಳ್ಳಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಬೇಕು ?

(೨) ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಕಾರನು ೪ ರೂ. ೩ ಆ. ೬ ಪೈಗಳಿಗೆ ೧ ಮಣದಂತೆ ೪೮ ಮಣ ಬೆಲ್ಲವನ್ನು ಮಾರಿ ಆ ಹಣದಿಂದ ೩ ರೂ. ೧೩ ಆ. ೪ ಪೈಗಳಿಗೆ ೧ ಮಣದಂತೆ ೨೭ ಮಣ ಬೆಲ್ಲವನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಅವನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಹಣವೆಷ್ಟು ?

(೩) ಒಬ್ಬ ಕಾರಕೂನನ ತಿಂಗಳ ಪಗಾರವು ೮೩ ರೂ. ೨ ಆ. ಇದೆ. ಅವನು ಜೂನ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ೧೩ ದಿವಸ ಕೆಲಸಮಾಡಿದ್ದರೆ ಅವನು ದುಡಿದ ದಿನಗಳ ಪಗಾರವೆಷ್ಟು ?

(೪) ೨೪ ವಾರಿನ ಒಂದು ಥಾನು ಅರಿವೆಯನ್ನು ೨೮ ರೂ. ೧೪ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡರೆ ಅದರ ೧೪ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೫) ೨೫ ಬಟ್ಟಲು ಮಾಡಿಸಲಿಕ್ಕೆ ೨೦೩ ತೊ. ೭ ಮಾ. ೬ ಗುಂ. ಬೆಳ್ಳಿಯು ಬೇಕು. ಆದರೆ ೧೬ ಬಟ್ಟಲು ಮಾಡಿಸಲಿಕ್ಕೆ ಬೆಳ್ಳಿ ಎಷ್ಟು ಬೇಕು ?

ಅವಯವಗಳು

ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

(೧) ೨ × ೩ = ೬ ಇಲ್ಲಿ ೬ ಇದು ೨ ಮತ್ತು ೩ ರ ಗುಣಾಕಾರವಿರುವದರಿಂದ ಇವಕ್ಕೆ ೬ರ ಅವಯವಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

(೨) ೪ × ೧೦ = ೪೦ ೪೦ ಇದು ೪ ಮತ್ತು ೧೦ ರ ಗುಣಾಕಾರವಿರುವದರಿಂದ ಅವು ೪೦ ರ ಅವಯವಗಳಾಗಿವೆ.

(೩) ೮ × ೯ = ೭೨ ೭೨ ಇದು ೮ ಮತ್ತು ೯ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರವಿರುವದರಿಂದ ೮, ೯ ಇವು ೭೨ರ ಅವಯವಗಳು.

(೪) ೩೬ × ೨ = ೭೨ ∴ ೩೬, ೨ ಇವು ೭೨ ರ ಅವಯವಗಳು.

(೫) ೨೪ × ೩ = ೭೨ ∴ ೨೪, ೩ಗಳು ೭೨ರ ಅವಯವಗಳು.

(೬) ೪ × ೩ × ೬ = ೭೨ ∴ ೪, ೩, ೬ಗಳೆಲ್ಲ ೭೨ರ ಅವಯವಗಳು.

(೭) ೨ × ೨ × ೨ × ೩ × ೩ = ೭೨ ∴ ೨, ೨, ೨, ೩, ೩ ಗಳೆಲ್ಲ ೭೨ ರ ಅವಯವಗಳು.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ನೋಡಲಾಗಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಮತ್ತು ಎರಡಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಅವಯವಗಳಿರಬಹುದು. ಇದಲ್ಲದೆ ಒಂದು ಅವಯವವು ಅನೇಕಸಾರೆಯೂ ಬಂದಿರಬಹುದು.

(೮) ೧ × ೧೫ = ೧೫ ಇಲ್ಲಿ ೧, ೧೫ ಇವು ೧೫ರ ಅವಯವಗಳು. ಆದರೂ ವಿಶೇಷ ಪ್ರಸಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇಂಥ ಅವಯವಗಳ ಉಪಯೋಗವಾಗುವದುಂಟು.

ಇನ್ನು ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಗುಣಾಕಾರಗಳಾದ, ೬, ೪೦, ೭೨, ೧೫ ಇವುಗಳಿಗೆ ಇವುಗಳ ಯಾವದೇ ಅವಯವದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೂ ಪೂರ್ಣ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆಂಬುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವು. ಮತ್ತು ಒಂದು ಅವಯವದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಬರುವ ಭಾಗಾಕಾರವು ಆದರ ಮತ್ತೊಂದು ಅವಯವವಾಗಿರುತ್ತದೆಂಬದೂ ಸ್ಪಷ್ಟ. ∴ **ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವಂಥ ಭಾಜಕ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಯವಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.**

ಉದಾಹರಣೆ (೭)

ಲೆಕ್ಕಗಳು (ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೫)

(೧) ೧೫, ೨೧, ೩೫, ೬೩ ಇವುಗಳ ಅವಯವಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೨) ೧೨, ೨೮, ೩೬, ೬೦ ಇವುಗಳ ಎಲ್ಲ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೩) ೨೪, ೮೪, ೯೬, ೧೦೮ ಇವುಗಳ ಅವಯವಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೪) ೨೦, ೨೫, ೩೫, ೬೫ „ „ „

(೫) ೨, ೩, ೫ ಈ ಮೂರು ಅವಯವಗಳಿದ್ದ ೨ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಳಿರಿ.

(೬) ೧೪೪ ರಲ್ಲಿ ೪, ೮, ೯ ಮತ್ತು ೧೨ ಇವುಗಳ ಜೋಡಿ ಅವಯವಗಳಾವವು?

(೭) ೯೧ = ೧೩ × ? ೧೦೪ = ೪ × ? ೧೦೫ = ೭ × ?
೧೨೦ = ೧೫ × ?
ಪ್ರಶ್ನಾರ್ಥಕ ಚಿಹ್ನಗಳಿದ್ದಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(೮) ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಹುಡುಗನಿಗೆ ೫ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು, ೧೦ ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಬರುವಂತೆ ೨೨೮ ಪೇಡೆಗಳನ್ನು ಹಂಚಿದರೆ ಆ ಹುಡುಗರೆಷ್ಟಿರಬೇಕು?

ವಿಭಾಜ್ಯ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

೧, ೨, ೩, ೫, ೭, ೧೧ ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ೧ ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೊರತು ಬೇರೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಾದರೂ ಭಾಗ ಹೋಗುವದೆ ? ಇಲ್ಲ. ಇಂಥ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುವರು.

೪, ೬, ೮, ೯, ೧೦, ೧೨, ೧೪, ೧೫, ೧೬ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ೧ ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೊರತು ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುವದಲ್ಲವೇ ? (ಅವಯವ ತೆಗೆದು ನೋಡಿರಿ). ಇಂಥ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುವರು.

ಉದಾಹರಣೆ (೮)

(೧) ೧ ರಿಂದ ೨೦ ರೊಳಗಿನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವವು ?

(೨) ೨೦ ರಿಂದ ೪೦ ರ ವರೆಗಿನ ವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವವು ?

(೩) ೩ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುವ, ೩೦ ರೊಳಗಿನ ಎಲ್ಲ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(೪) ೮೦ ರಿಂದ ೧೦೦ ರ ವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ವಿಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳು

೨, ೩, ೫, ೭, ೧೧, ೧೩, ೧೭ ಇತ್ಯಾದಿಗಳೆಲ್ಲ ಒಮ್ಮೊಮ್ಮೆ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅವಯವಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ; ಈ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವಯವಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳಿಗೆ ವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳೆನ್ನುವರು.

ಉದಾ:— ೩೫ = ೫ × ೭ ಇಲ್ಲಿ ೫, ೭ ಗಳು ೩೫ ರ ಅವಯವಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇವೆರಡೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳಾಗಿವೆ.

ಉದಾ:— ೧೦೫ = ೧೫ × ೭ ಇಲ್ಲಿ ೧೫, ೭ ಅವಯವಗಳು. ಆದರೆ ೧೫ ರಲ್ಲಿ = ೩ × ೫ ಇರುವದರಿಂದ ೧೫ ವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವವೂ ೭ ಅವಿಭಾಜ್ಯ

ಅವಯವವೂ ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಇನ್ನು ೧೦೫ = ೩ × ೫ × ೭ ಎಂದು ಅವಯವ ತೆಗೆದರೆ, ೩, ೫, ೭ ಇವೆಲ್ಲ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ:— ೧೦೮ = ೧೨ × ೯ ಇಲ್ಲಿ ೧೨, ೯ ಗಳು ವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳು. ಯಾಕಂದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆ ಬೇರೆ ಅವಯವಗಳು ಹೊರಡುವವು.

೧೨ = ೪ × ೩; ೩ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ೪ = ೨ × ೨ ಇರುವದರಿಂದ ೪ ಇದು ವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವವು.

೧೨ = ೨ × ೨ × ೩ ಇವೆಲ್ಲ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳು. ಅದರಂತೆ ೯ = ೩ × ೩ ಇವೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳಾಗಿವೆ.

∴ ೧೦೮ = ೨ × ೨ × ೩ × ೩ × ೩ ಇವೆಲ್ಲವೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳಾಗಿವೆ. ಇಲ್ಲಿ ೨ ಈ ಅವಯವವು ಎರಡು ಸಾರೆ ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ೨×೨ ಇದರ ಬದಲು $೨^{೨}$ ಎಂದು ಬರೆಯುವರು ತಲೆಯ ಮೇಲಿನ ಅಂಕಿಯು ಎಷ್ಟು ಸಾರೆ ಬಂದಿದೆ ಎಂಬದನ್ನು ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಅದರಂತೆ ೩, ೩ ಸಾರೆ ಬಂದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ೩ × ೩ × ೩ ಇದನ್ನು $೩^{೩}$ ಎಂದು ಬರೆಯುವರು.

∴ ೧೦೮ = ೨ × ೨ × ೩ × ೩ × ೩ = $೨^{೨} × ೩^{೩}$.

ಉದಾ:— ೧೪೪ ಇದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

೧೪೪ = ೧೬ × ೯. ಇನ್ನು ೧೬ = ೨ × ೨ × ೨ × ೨ ಮತ್ತು ೯ = ೩ × ೩.
∴ ೧೪೪ = ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೩ × ೩ = $೨^{೪} × ೩^{೨}$.

ಉದಾಹರಣೆ (೯)

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೧) ೧೨, ೧೬, ೧೮; (೨) ೨೦, ೨೪, ೨೭; (೩) ೩೦, ೩೫, ೩೬;
(೪) ೪೦, ೪೫, ೪೮; (೫) ೫೦, ೫೬, ೬೦; (೬) ೭೪, ೭೨, ೮೦;
(೭) ೮೪, ೯೦, ೯೬; (೮) ೧೦೦, ೧೦೫, ೧೦೮
(೯) ೧೧೨, ೧೨೦, ೧೨೫; (೧೦) ೧೨೮, ೧೪೪, ೧೬೦.

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಅವಯುವಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವದು

(೧) ಯಾವದೊಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅಂದರೆ ಏಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೦, ೨, ೪, ೬, ೮ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದೊಂದು ಇದ್ದರೆ ಆ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ:— ೩೦, ೪೨, ೫೪, ೭೬, ೮೮ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆಲ್ಲ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದೆಂಬದನ್ನೂ ಎಲ್ಲ ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಪೂರ್ಣ ಭಾಗಹೋಗದೆ ಶೇಷವು ೧ ಉಳಿಯುವದೆಂಬದನ್ನೂ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

(೨) ೪೮, ೭೮, ೧೩೫ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ೩ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದಲ್ಲವೇ? ೪೮ = ೧೬ × ೩; ೭೮ = ೨೬ × ೩; ೧೩೫ = ೪೫ × ೩. ಆದ್ದರಿಂದ ೩, ಈ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಅವಯವವಾಗಿದೆ. ಇನ್ನು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸ್ಥಾನಗಳ ಅಂಕಿಗಳ ಬೇರೀಜುಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ. ೪ + ೮ = ೧೨; ೭ + ೮ = ೧೫; ೧ + ೩ + ೫ = ೯. ಈ ಎಲ್ಲ ಬೇರೀಜುಗಳಿಗೂ ೩ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ **ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಬೇರೀಜಿಗೆ ೩ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರೆ ಆ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೩ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದೆ.**

ಆದರೆ ೨೪೫ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಬೇರೀಜು ೨ + ೪ + ೫ = ೧೧ ಇದ್ದು ಇದಕ್ಕೆ ೩ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುವದಿಲ್ಲ. ∴ ೨೪೫ಕ್ಕೆ ೩ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುವದಿಲ್ಲ.

(೩) ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಡೆಯ ಎರಡು ಸ್ಥಾನ ಅಂದರೆ ದಹಂ ಏಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೪ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋದರೆ ಆ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೪ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಉದಾ— ೩೪೪೮ ರಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ ೪೮ಕ್ಕೆ ೪ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ (೪೮ = ೧೨ × ೪) ∴ ೩೪೪೮ಕ್ಕಾದರೂ ೪ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

(೪) ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಏಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೦ ಅಥವಾ ೫ ಇದ್ದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೫ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ೪೦, ೫೫, ೬೦, ೭೫ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಗೆ ೫ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

(೫) ಯಾವದೊಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಸ್ಥಾನಗಳ ಅಂಕಿಗಳ ಬೇರೀಜಿಗೆ ೩ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರೆ ಆ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೬ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. **ಉದಾ—** ೧೩೮ ಇದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ, ಮತ್ತು ೧ + ೩ + ೮ = ೧೨ = ೪ × ೩; ೧೩೮ ÷ ೬ = ೨೩.

(೬) ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ (ಬಲಗಡೆಯಿಂದ) ಕೊನೆಯ ಮೂರು ಸ್ಥಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೮ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಶೂನ್ಯಗಳಿದ್ದರೆ ಆ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೮ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. **ಉದಾ—** ೬೧೨೮ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯ ೩ ಸ್ಥಾನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ೧೨೮ ಇದ್ದು ಇದಕ್ಕೆ ೮ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. (೧೨೮ = ೧೬ × ೮) ∴ ೬೧೨೮ ಕ್ಕಾದರೂ ೮ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆಂಬುದನ್ನು ಭಾಗಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

(೭) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಸ್ಥಾನಗಳ ಅಂಕಿಗಳ ಬೇರೀಜಿಗೆ ೯ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಆ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೯ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. **ಉದಾ—** ೨೩೪೫೬೭ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿಯ ಅಂಕಿಗಳ ಬೇರೀಜು ೨ + ೩ + ೪ + ೫ + ೬ + ೭ = ೨೭ ಇದಕ್ಕೆ ೯ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ∴ ೨೩೪೫೬೭ ಕ್ಕಾದರೂ ೯ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು

ಉದಾ— ೨೨೪, ೩೨೪ ಇವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವ ತೆಗೆಯಿರಿ.

೨	೨೨೪
೨	೧೧೨
೨	೫೬
೨	೨೮
೨	೧೪
	೭

ವಿವರಣೆ— ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಕ್ಕಂದ ಅಂಕಿಯು ೪ ಇದೆ. ∴ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದೆ. ∴ ೨ನ್ನು ಗೆರೆಯ ಎಡಕ್ಕೆ ಬರೆದು ೨೨೪ಕ್ಕೆ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಬಂದ ೧೧೨ನ್ನು ೨೨೪ ರ ಕೆಳಗೆ ಬರೆದಿದೆ. ಮತ್ತೆ ೧೧೨ ರ ಎಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ೨ ಇರುವದರಿಂದ ಆದಕ್ಕೆ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ∴ ೧೧೨ ಕ್ಕೆ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಬಂದ ೫೬ ನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಇಟ್ಟಿದೆ. ಇದೇ ಕ್ರಮದಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತ ಹೋಗಲು ಕೊನೆಗೆ ೭ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಉಳಿಯಿತು. ∴ ೨೨೪ ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳೆಂದರೆ ಗೆರೆಯ ಎಡಕ್ಕಿರುವ ಎಲ್ಲ ಅಂಕಿಗಳು ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ಬಂದ ೭.

∴ ೨೨೪ = ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೭ = $೨^{೫}$ × ೭. ಉತ್ತರ.

೨	೩೨೪
೨	೧೬೨
೩	೮೧
೩	೨೭
೩	೯
	೩

೩೨೪ ರ ಕೊನೆಗೆ ೪ ಇದೆ. ∴ ೨ ಇದು ಒಂದು ಅವಯವ, ಮತ್ತೊಂದು ೧೬೨. ಈ ೧೬೨ರ ಏಕ್ಕಂ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೂ ೨ ಇದೆ. ∴ ೧೬೨ರಲ್ಲಿ ೨ ಮತ್ತು ೮೧ ಅವಯವಗಳು. ೮೧ಕ್ಕೆ ೩ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ∴ ೮೧ ರಲ್ಲಿ ೩, ೨೭ ಅವಯವಗಳು; ಇನ್ನು ೨೭ರಲ್ಲಿ ೩, ೯ ಮತ್ತು ೯ ರಲ್ಲಿ ೩, ೩ ಅವಯವಗಳಾಗಿವೆ.

∴ ೩೨೪ = ೨ × ೨ × ೩ × ೩ × ೩ × ೩ = $೨^{೨} \times ೩^{೪}$ ಉತ್ತರ.

ಸೂಚನೆ:— ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕಾದರೆ ೨ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ನೋಡುತ್ತ ಮುಂದೆ ಸಾಗಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ (೧೦) (ಭಾಗ ೧)

(೧) ೧೬, ೩೨, ೨೭, ೧೫ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ೨ ಮತ್ತು ೩ ಅವಯವಗಳುಳ್ಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವವು ? ಮತ್ತು ಏಕೆ ?

(೨) ೨೪, ೪೨, ೫೬, ೬೪, ೧೨೪ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ೩ ಮತ್ತು ೪ ಅವಯವಗಳುಳ್ಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವವು ? ಮತ್ತು ಎರಡೂ ಅವಯವಗಳು ಕೂಡಿಯೇ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವವು ?

(೩) ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಗೆ ೦ ಇದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ೨೦, ೪೦, ೬೦, ೮೦, ೦೦ ಇದ್ದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ದೊಡ್ಡ ಅವಯವವಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುವಿರಿ ?

(೪) ೫೬೯ಕ್ಕೆ ೯ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಶೇಷವು ಬರುವದೆಂಬದನ್ನು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸದೇ ಹೇಳಿರಿ.

(೫) ೩೨೪, ೨೧೬, ೪೩೨, ೯೩೬, ೮೨೮, ೧೦೦೮, ಇವುಗಳಿಗೆ ೯ ಮತ್ತು ೪ ರಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಭಾಗಹೋಗುವದೇ ? ಹಾಗಾದರೆ ಇವೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ೩೬ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದೆಂದು ಹೇಗೆ ಹೇಳುವಿರಿ ?

(೬) ೬೭೫, ೮೫೫, ೧೦೩೫ ಇವುಗಳಿಗೆ ೪೫ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುವದೇ ಹೇಗೆ ? ಎಂಬದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಭಾಗ (೨)

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೭) ೧೨೦, ೧೬೮, ೨೧೬; (೮) ೮೪, ೧೦೫, ೧೩೫;

(೯) ೯೬, ೧೬೦, ೧೧೨; (೧೦) ೨೫೨, ೨೫೬, ೩೨೪;

(೧೧) ೨೨೫, ೧೯೬, ೧೯೨; (೧೨) ೧೮೦, ೨೧೦, ೨೪೦.

ಭಾಜಕ

ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಯವವೇ ಅದರ ಭಾಜಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಆ ಅವಯವದಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ:— ೪೨ಕ್ಕೆ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಹೋಗುತ್ತದೆ. ∴ ೨ ಇದು ಒಂದು ಅವಯವವು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ೪೨ರ ಒಂದು ಭಾಜಕವೆಂದೂ ಹೆಸರು. ಅದರಂತೆ ೪೨ಕ್ಕೆ ೩, ೬, ೭, ೧೪; ೨೧ ಇವುಗಳಿಂದಲೂ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದಾದ್ದರಿಂದ ಅವೆಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ೪೨ರ ಭಾಜಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ (೧೧)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೩)

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲ ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ:

(೧) ೨೪, ೩೬, ೪೦; (೨) ೮೮, ೭೫, ೫೪; (೩) ೬೩, ೫೬, ೮೪;

(೪) ೯೬, ೧೦೮, ೧೨೦; (೫) ೧೩೫, ೧೪೪ ಮತ್ತು ೧೧೨.

ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕ

ಉದಾ (೧):— ೨೪, ೨೨ ಇವುಗಳ ಭಾಜಕ (ಅವಯವ) ಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

೨೪ = ೨ × ೧೨ } ೨, ೧೨ ಗಳು ೨೪ ರ ಭಾಜಕಗಳು.
೨೨ = ೨ × ೧೧ } ೨, ೧೧ ಗಳು ೨೨ ರ ಭಾಜಕಗಳು.

೨೪, ೨೨ ಇವುಗಳ ಭಾಜಕಗಳಲ್ಲಿ ೨ ಇದು ಸಾಧಾರಣವಾಗಿದೆಯಾದ್ದರಿಂದ ೨ಕ್ಕೆ ೨೪, ೨೨ ಇವುಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕವೆನ್ನುವರು.

ಉದಾ (೨):— ೨೪, ೩೦ ಇವುಗಳ ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

೨೪ = ೨ × ೧೨ } ೨, ೧೨ ಗಳು ೨೪ರ ಭಾಜಕಗಳೂ
೩೦ = ೨ × ೧೫ } ೨, ೧೫ ಗಳು ೩೦ರ ಭಾಜಕಗಳೂ ಆಗಿವೆ.

∴ ೨ ಇದು ೨೪, ೩೦ ಇವುಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕವು.

ಇವೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೊರಡುವ ಬೇರೆ ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ.

೨೪ = ೨ × ೩ × ೪ } ∴ ೨ ಮತ್ತು ೩ ಇವೆರಡೂ ೨೪, ೩೦ ರ ಸಾಧಾ
೩೦ = ೨ × ೩ × ೫ } ರಣ ಭಾಜಕಗಳು.

ಇನ್ನೊಂದು ಬಗೆಯಿಂದ ಇದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ.

೨೪ = (೨ × ೩) × ೪ = ೬ × ೪ } ೬ ಇದು ೨೪, ೩೦ ಇವುಗಳ ಒಂದು
೩೦ = (೨ × ೩) × ೫ = ೬ × ೫ } ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕ.

ಇದರಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣಭಾಜಕ ೬ ಹೇಗೆ ಬಂದಿತೆಂಬುದನ್ನು ವಿಚಾರಿಸುವಾ.

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಇವೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕಗಳು ೨, ೩ ಇದ್ದು ೬ ಇದು ಅವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರವೇ ಆಗಿದೆ.

ಆದರಂತೆ ೧೨, ೨೦ ಇವುಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

೧೨ = ೨×೨×೩ (ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳು) } ಇವೆರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ
೨೦ = ೨×೨×೫ (,, ,,) } ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕಗಳು
೨ ಮತ್ತು ೨ × ೨ = ೪ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾ:— ೩೬, ೪೨, ೫೪ ಇವುಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

೩೬ = ೨×೨×೩ × ೩ } ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ೨, ೩ ಮತ್ತು ೨ × ೩ = ೬ ಈ
೪೨ = ೨ × ೩ × ೭ } ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕ
೫೪ = ೨×೩×೩ × ೩ } ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೨)

(ಬಾಯಿಂಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೫)

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೧) ೧೮, ೨೪; (೨) ೧೬, ೪೦; (೩) ೧೫, ೨೪;
(೪) ೨೧, ೩೫; (೫) ೩೦, ೪೫; (೬) ೩೬, ೬೦;
(೭) ೪೮, ೮೪; (೮) ೭೨, ೧೦೮; (೯) ೪೫, ೬೦, ೧೦೫;
(೧೦) ೩೬, ೬೦, ೯೬; (೧೧) ೨೫, ೭೫, ೧೨೫; (೧೨) ೪೮, ೧೨೦, ೧೬೮.

ಮಹತ್ತಮ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕ ಅಥವಾ ದೃಢಭಾಜಕ

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನೇ ನೋಡಿರಿ.

೨೪ = ೨ × ೨ × ೨ × ೩ (ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳು)
೩೬ = ೨ × ೨ × ೩ × ೩ (,, ,,)

ಈ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕಗಳು ೨, ೩, ೨ × ೨, ೨ × ೩ ಮತ್ತು ೨ × ೨ × ೩ ಅಂದರೆ ೨, ೩, ೪, ೬ ಮತ್ತು ೧೨ ಇರುತ್ತವೆ. ಈ ಎಲ್ಲ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕಗಳಲ್ಲಿ ಮಹತ್ತಮ (ಅತಿ ದೊಡ್ಡ) ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕವಾವದು ? ಅದು ೨ × ೨ × ೩ = (೧೨) ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ.

∴ ೧೨ ಕ್ಕೆ ೨೪, ೩೬ ಇವುಗಳ ಮಹತ್ತಮ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜಕ ಅಥವಾ ದೃಢಭಾಜಕವೆನ್ನುವರು. ಸಂಕ್ಷೇಪವಾಗಿ ಬರೆಯುವದಾದರೆ ಮ. ಸಾ. ಭಾ. ಅಥವಾ ದೃ. ಭಾ. ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ (೧):— ೧೦೮, ೧೫೬ ಗಳ ದೃ. ಭಾ. ತೆಗೆಯಿರಿ.

೧೦೮ = ೨ × ೨ × ೩ × ೩ × ೩
೧೫೬ = ೨ × ೨ × ೩ × ೧೩

∴ ೨ × ೨ × ೩ = ೧೨
ದೃ. ಭಾ. ಉತ್ತರ.

೧ನೆಯ ರೀತಿ:— (ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ)

ವಿವರಣೆ:— ಮೊದಲು ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಭಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿರತಕ್ಕ

ಎಲ್ಲ ಅವಯವಗಳ ಕೆಳಗೆ ಸಣ್ಣ ಗೆರೆಗಳನ್ನೆಳೆದಿದೆ, ನೋಡಿರಿ. ಸಾಧಾರಣ ವಾಗಿರತಕ್ಕ ಆ ಎಲ್ಲ ಅವಯವಗಳ ಗುಣಾಕಾರವೇ ದೃ. ಭಾ. ಆಗಿದೆ:

```
೧೦೮ ) ೧೫೬ ( ೧
      ೧೦೮
      ----
       ೪೮ ) ೧೦೮ ( ೨
             ೯೬
             ---
             ೧೨) ೪೮ (೪
                 ೪೮
                 --
                 ೦೦
```

೨ನೆಯ ರೀತಿ:— (ಭಾಗಾಕಾರದ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ.)

ವಿವರಣೆ:— ೧೦೮, ೧೫೬ ಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದಾದ ೧೫೬ಕ್ಕೆ ೧೦೮ ರಿಂದ ಬಾಗಿಸಲು ಶೇಷವು ೪೮ ಬಂದಿತು. ಆ ಶೇಷ ೪೮ ರಿಂದ ೧೦೮ (ಭಾಜಕ)ಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸಲು ೨ನೆಯ ಸಾರೆ ಶೇಷ ೧೨ ಬಂದಿತು. ಈ ಶೇಷದಿಂದ ೧ನೆಯ ಶೇಷ (೪೮) ಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸಲು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗಹೋಯಿತು. [ಭಾಗ ಹೋಗದಿದ್ದರೆ ಭಾಗ ಹೋಗುವವರೆಗೂ ಇದೇ ಕ್ರಮದಿಂದ ೨ನೆಯ ಶೇಷದಿಂದ ೧ನೆಯ ಶೇಷಕ್ಕೆ, ೩ನೆಯ ಶೇಷದಿಂದ ೨ನೆಯದ್ದಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸುತ್ತ ಹೋಗಲು ಕೊನೆಗೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುವದೋ ಅದೇ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದೃ. ಭಾ. ವಾಗಿರುತ್ತದೆ.] ಆದ್ದರಿಂದ ೧೨ ಆ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದೃ. ಭಾಜಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ (೨):— ೧೨೦, ೧೬೫ ಮತ್ತು ೨೨೫ ಇವುಗಳ ದೃ. ಭಾ. ತೆಗೆಯಿರಿ.

೧ನೆಯ ರೀತಿ:— ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು.

∴ ೧೨೦ = ೨ × ೨ × ೨ × ೩ × ೫

೧೬೫ = ೩ × ೫ × ೧೧

೨೨೫ = ೩ × ೩ × ೫ × ೫

∴ ೩ × ೫ = ೧೫ ದೃ. ಭಾ. ಉ.

ಈ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿರತಕ್ಕ ೩ ಮತ್ತು ೫ ಇವುಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಲು ದೃ. ಭಾ. ವು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

೨ನೆಯ ರೀತಿ:— (ಭಾಗಾಕಾರದ ಪದ್ಧತಿಯದು) ಮೊದಲು ಬೇಕಾದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದೃ. ಭಾ. ವನ್ನು ತೆಗೆದು ಬಂದ ದೃ. ಭಾ. ಮತ್ತು ಉಳಿದ ೩ನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ದೃ. ಭಾ. ವನ್ನು ಮತ್ತೆ ತೆಗೆಯುವದು.

```
೧೨೦ ) ೧೬೫ ( ೧
       ೧೨೦
       ----
        ೪೫ ) ೧೨೦ ( ೨
              ೯೦
             ----
              ೩೦ ) ೪೫ ( ೧
                    ೩೦
                   ----
                   ೧೫ ) ೩೦ ( ೨
                         ೩೦
                        ----
                        ....
```

∴ ಇಲ್ಲಿ ೧೬೫ ಮತ್ತು ೧೨೦ ಇವುಗಳ ದೃ. ಭಾ. ವು ೧೫ ಬಂದಿತು. ಆ ಮೇಲೆ ಈ ೧೫ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆ ೨೨೫ ಇವುಗಳ ದೃ. ಭಾಜಕವನ್ನು ತೆಗೆದಿದೆ.

```
ಇನ್ನು    ೧೫ ) ೨೨೫ ( ೧೫
               ೧೫
              ----
               ೭೫
               ೭೫
              ----
              ....
```

∴ ೧೫ ಇದು ಕೊಟ್ಟ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದೃ. ಭಾಜಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸೂಚನೆ:— ಸುಲಭವಾಗಿ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಲಿಕ್ಕೆ ಬಾರದಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಈ ಭಾಗಾಕಾರ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನನುಸರಿಸಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೩)

(೧) ಹಿಂದಿನ ೨೩ನೆಯ ಪುಟದಲ್ಲಿಯ (೧೨) ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದೃ. ಭಾ. ಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೨) ಒಂದು ವರ್ಗದ ಹುಡುಗರಿಗೆ ೧೦೫ ಅಥವಾ ೧೬೫ ಫೇಡೆಗಳನ್ನು ಒಡೆಯದೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಹಂಚಬಹುದಾದರೆ ಆ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಹುಡುಗರಿರಬೇಕು ?

(೩) ಎರಡು ಡಬ್ಬಿಗಳಲ್ಲಿ ೧೨೧ ಸೇ., ೧೪೩ ಸೇ. ಹಾಲು ತುಂಬಿವೆ. ಆ ಹಾಲನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅಳೆದು ತೆಗೆಯಲಿಕ್ಕೆ ಅತಿ ದೊಡ್ಡದೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರು ಹಾಲನ್ನು ಹಿಡಿಯುವ ಪಾತ್ರೆ ಬೇಕು ?

(೪) ೮೪' ಅಗಲ, ೧೨೦' ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಉದ್ದಗಲುಗಳು ಸರಿಯಾಗಿರುವ (ಚೌರಸಾಕಾರದ) ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಆ ತುಂಡುಗಳ ಉದ್ದ ಅಗಲಗಳೆಷ್ಟು ?

ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯ

೬ಕ್ಕೆ ೨ರಿಂದ ಪೂರ್ಣ ಭಾಗಹೋಗುವದರಿಂದ ೬ ಇದು ೨ರ ಒಂದು ಭಾಜ್ಯವಾಗಿದೆ. ಅದರಂತೆ

೬ಕ್ಕೆ ೩ ರಿಂದಲೂ ಪೂರ್ಣ ಭಾಗಹೋಗುವದರಿಂದ ೬ ಇದು ೩ ರ ಭಾಜ್ಯವೂ ಆಗಿದೆ.

∴ ೬ ಇದು ೨ ಮತ್ತು ೩ ಇವುಗಳ ಭಾಜ್ಯವಿದ್ದು ಎರಡಕ್ಕೂ **ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯವಾಗಿದೆ.**

∵ ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಜ್ಯವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಯಾವದೊಂದು ಪೂರ್ಣ ಪಟ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಿಂದ ಹೇಳುವದಾದರೆ ಯಾವದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅದರ ಭಾಜಕ (ಅವಯವ) ದ ಭಾಜ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಜ್ಯವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯವೆನ್ನುವರು.

ಉದಾ:— ೩ ರ ಭಾಜ್ಯಗಳು ೩, ೬, ೯, ೧೨, ೧೫, ೧೮, ೨೧, ೨೪, ೨೭,....೩೬ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಅದರಂತೆ ೪ರ ಭಾಜ್ಯಗಳು ೪, ೮, ೧೨, ೧೬, ೨೦, ೨೪,....೩೬ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಇಲ್ಲಿ ೧೨, ೨೪, ೩೬ ಇತ್ಯಾದಿಗಳು ೩ ಮತ್ತು ೪ ಇವೆರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಜ್ಯಗಳಾಗಿರುವದರಿಂದ ಇವುಗಳಿಗೆ ೩ ಮತ್ತು ೪ರ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜ್ಯಗಳೆನ್ನುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೪)

(೧) ೪ ರ ೧೦ ಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. (೨) ೫ ರ ೮ ಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ. (೩) ೬, ೭, ೮, ೯ ಇವುಗಳ ಮೂರು ಮೂರು ಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. (೪) ೪ ಮತ್ತು ೬ ಇವುಗಳ ೪ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

ಲಘುತಮ ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯ

೧೨, ೨೪, ೩೬ ಇವು ೩ ಮತ್ತು ೪ರ ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆಂಬದನ್ನು ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ೩೬ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ

ವಾದ ಎರಡು ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ. ಅವು ೪೮, ೬೦ ಇರುತ್ತವೆ. ಇದರಂತೆ ೭೨, ೮೪, ೯೬ ಇತ್ಯಾದಿ ಬೇಕಾದಷ್ಟು ದೊಡ್ಡ ದೊಡ್ಡ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಕೊಡಬಹುದಲ್ಲವೇ ?

ಇನ್ನು ೧೨ ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣದಾದ ೩ ಮತ್ತು ೪ ರ ಸಾಧಾರಣ ಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ ? ಇಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ ೩, ೪ ಇವುಗಳ ಕ್ರಮಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ತೀರ ಸಣ್ಣ (ಲಘುತಮ) ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯವಾವದು ? ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿ ಹೇಳಿರಿ. ೧೨, ೨೪, ೩೬, ೪೮ ಇತ್ಯಾದಿ ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ೧೨ ಇದೇ ತೀರ ಸಣ್ಣದು.

∴ ೧೨ಕ್ಕೆ ೩ ಮತ್ತು ೪ ಇವುಗಳ ಲಘುತಮ ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯವೆನ್ನುವರು. ಮತ್ತು ಸಂಕ್ಷೇಪವಾಗಿ ಬರೆಯುವದಾದರೆ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ಎಂದು ಬರೆಯುವರು.

ಉದಾ:— ೮, ೧೨ ಇವುಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಅದಕ್ಕಾಗಿ ೮ ಮತ್ತು ೧೨ ಇವುಗಳ ಕ್ರಮಗೊಳಿದ ಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಬರೆದು ನೋಡುವಾ.

∴ ೮ರ ಭಾಜ್ಯಗಳು ೮, ೧೬, ೨೪, ೩೨, ೪೦, ೪೮, ೫೬, ೬೪, ೭೨, ೮೦....ಇತ್ಯಾದಿ.

೧೨ರ ಭಾಜ್ಯಗಳು ೧೨, ೨೪, ೩೬, ೪೮, ೬೦, ೭೨, ೮೪, ೯೬....ಇ.

ಭಾಜ್ಯಗಳ ಇವೆರಡೂ ಪಟ್ಟಿ (ಮಗ್ಗಿಗಳು) ಗಳನ್ನು ನೋಡಲಾಗಿ ೮, ೧೨ ಇವುಗಳ ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯಗಳು ೨೪, ೪೮, ೭೨, ೯೬ ಇತ್ಯಾದಿಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಇವೆಲ್ಲ ಸಾಧಾರಣಭಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ವು ೨೪ ಇದೆ.

ಇನ್ನು ಈ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ತೆಗೆಯತಕ್ಕ ಕ್ರಮಗಳುಂಟೇ ? ಆದಕ್ಕಾಗಿ ೮, ೧೨ ಮತ್ತು ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೨೪ ಇವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ.

೮ = ೨ × ೨ × ೨
೧೨ = ೨ × ೨ × ೩
೨೪ = ೨ × ೨ × ೨ × ೩

೨೪ ಇದು ೮ ಮತ್ತು ೧೨ ಇವುಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ಇರುವದರಿಂದ ೨೪ಕ್ಕೆ ೮ ಮತ್ತು ೧೨ ಇವೆರಡರಿಂದ ಪೂರ್ಣ ಭಾಗಹೋಗಲಿಕ್ಕೇಬೇಕು.

∴ ೨೪ ರಲ್ಲಿ ೮ ಮತ್ತು ೧೨ ಇವುಗಳ ಎಲ್ಲ ಅವಯವಗಳೂ ಇರಬೇಕೆಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಯಿತು. ಇನ್ನು ೮ ರಲ್ಲಿ ೨ ರ ೩ ಅವಯವಗಳಿವೆ, ೧೨ ರಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ೨ ರ ೨ ಅವಯವಗಳಿವೆ. ∴ ೨ರ ೩ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿ ೨ರ ೨ ಅವಯವ ಗಳಿದ್ದಂತಾಯಿತು. ∴ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೨ರ ೩ ಅವಯವಗಳಿರುವದು ಅವಶ್ಯ. ಮತ್ತು ೧೨ ರಲ್ಲಿ ೨ರ ೨ ಅವಯವಗಳಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಅವಯವ ೩ ಇದೆ. ∴ ಇದಾದರೂ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ದಲ್ಲಿಯ ಒಂದು ಅವಯವವಾಗಬೇಕಾಯಿತು. ೨೪ರಲ್ಲಿಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ನೋಡಿದರೆ ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಿಸಿದಂತೆ ಇರಬೇಕಾದ ಅವಯವಗಳೆಷ್ಟು ಇವೆ, ಅಂದರೆ ೨ರ ೩ ಅವಯವಗಳೂ ೩ರ ೧ ಅವಯವವೂ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದಲ್ಲದೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅವಯವಗಳಿದ್ದರೆ ಲಘುತಮ (ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣದಾದ) ಸಾ. ಭಾಜ್ಯವಾಗಲಾರದು. ಇದರಿಂದ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ದ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ನಿಯಮವು ಹೊರಡುವದು. ಅದು ಕೆಳಗಿನಂತೆ: (೧) ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಭಿನ್ನವಾದ ಅವಯವಗಳು ಯಾವುದರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಂದಿರುವವೋ ಅಷ್ಟು ಸಾರೆ ಆ ಎಲ್ಲ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಲು ಬರುವ ಗುಣಾಕಾರವೇ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ವಾಗುತ್ತದೆ.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— ೮೦, ೯೬, ೧೪೪ ಇವುಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ತೆಗೆಯಿರಿ.

ರೀತಿ:— ಮೇಲಿನ ನಿಯಮದಂತೆ ಮೊದಲು ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು.

∴ ೮೦ = ೮ × ೧೦ = ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೫

೯೬ = ೧೬ × ೬ = ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೩

೧೪೪ = ೧೨ × ೧೨ = ೨ × ೨ × ೩ × ೨ × ೨ × ೩

ಈ ೩ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಂದಿರತಕ್ಕ ಭಿನ್ನವಾದ ಅವಯವಗಳೆಂದರೆ ೨, ೩, ೫. ಇನ್ನು ೨ ಈ ಅವಯವವು ೯೬ ರಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಹೆಚ್ಚು ಸಾರೆ ಅಂದರೆ ೫ ಸಾರೆ ಬಂದಿದೆ; ೩ ಇದು ೧೪೪ ರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಾರೆ ಅಂದರೆ ೨ ಸಾರೆ ಬಂದಿದೆ, ೫ ಇದು ೮೦ರಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ೧ ಸಾರೆ ಬಂದಿದೆ.

∴ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. = ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೩ × ೩ × ೫ = ೧೪೪೦ ಉತ್ತರ.

ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ತೆಗೆಯುತಕ್ಕ ಇನ್ನೊಂದು ಸುಲಭವಾದ ರೀತಿಯುಂಟು. ಅದರಂತೆ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ತೆಗೆಯುವಾ.

೨ನೆಯ ರೀತಿ:—

೨	೮೦,	೯೬,	೧೪೪
೨	೪೦,	೪೮,	೭೨
೨	೨೦,	೨೪,	೩೬
೨	೧೦,	೧೨,	೧೮
೩	೫,	೬,	೯
	೫,	೨,	೩

∴ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. = ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೩ × ೫ × ೨ × ೩ = ೧೪೪೦ ಉತ್ತರ.

ವಿವರಣೆ:— ಮೊದಲು ಮೂರೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸತಕ್ಕ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಅಥವಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ರೀತಿಯಂತೆ ೨, ೩ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಬರುವ ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿಡುತ್ತ ಹೋಗಬೇಕು. (ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ.) ಕಡೆಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣವಾದ ಯಾವ ಅವಯವವೂ ಇಲ್ಲದಂತಾಗಲು ಭಾಗಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು. ಕೊನೆಗೆ ಉದ್ದವಾಗಿ ಎಳೆದ ರೇಷೆಯ ಎಡಕ್ಕೆ ಬರೆದ ಎಲ್ಲ ಅವಯವಗಳನ್ನೂ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಗುಣಿಸಲು ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ದೊರೆಯುವದು. ಆದರಂತೆ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸಿ ತೋರಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ

$$\text{ಲ. ಸಾ. ಭಾ.} = \frac{\text{ರೇಷೆಯ ಎಡಭಾಗದ ಅ. ಗಳು}}{೨ \times ೨ \times ೨ \times ೨ \times ೩} \times \frac{\text{ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನವು}}{೫ \times ೨ \times ೩} =$$

೧೪೪೦ ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೫)

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ತೆಗೆಯಿರಿ:—

(೧) ೧೨, ೧೮; (೨) ೧೨, ೧೫; (೩) ೧೮, ೨೧;
(೪) ೨೪, ೨೭; (೫) ೨೪, ೩೦; (೬) ೨೫, ೩೫;
(೭) ೪೦, ೭೨; (೮) ೩೬, ೫೪; (೯) ೩೨, ೮೦;
(೧೦) ೪೨, ೫೬; (೧೧) ೩೬, ೬೦, ೯೬; (೧೨) ೩೨, ೪೮, ೭೨;

(೧೩) ೪೫, ೬೩, ೧೩೫; (೧೪) ೩೦, ೭೫, ೧೦೫; (೧೫) ೪೪, ೯೯, ೧೪೩;
(೧೬) ೬೫, ೭೫, ೯೫; (೧೭) ೨೧, ೩೫, ೬೩; (೧೮) ೬೬, ೭೮, ೪೨.

(೧೯) ಒಂದು ಹೌದಿನಲ್ಲಿದ್ದ ನೀರು ದಿನಾಲು ೧೮ ಕೊಡಗಳಂತೆ ಅಥವಾ ೨೪ ಕೊಡಗಳಂತೆ ಸೋರಿದರೆ ಕೆಲವು ಪೂರ್ಣ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಬರಿದಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಆ ಹೌದಿನಲ್ಲಿ ಕೀರ ಕಡಿಮೆಯೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಕೊಡ ನೀರಿರಬೇಕು ?

(೨೦) ಒಂದು ಊರಿಗೆ ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ದಿನಾಲು ೧೫ ಮೈಲು ಇಲ್ಲವೆ ೨೦ ಮೈಲುಗಳಂತೆ ನಡೆದರೆ ಒಂದು ಮುಂಜಾನೆ ಹೊರಟು ಯಾವದೇ ಒಂದು ಸಂಜೆಗೆ ಮುಟ್ಟುತ್ತೇನೆ. ಆದರೆ ನಾನು ಕ್ರಮಿಸತಕ್ಕ ಮಾರ್ಗ ಕನಿಷ್ಠ ಪಕ್ಷಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಮೈಲುಗಳಿರಬೇಕು ?

(೨೧) ನನ್ನಲ್ಲಿದ್ದ ಹಣದಿಂದ ೮, ೯ ಅಥವಾ ೧೨ ಜನ ಭಿಕ್ಷುಕರಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ಪೈಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತೇನೆ. ಆದರೆ ಕೀರ ಕಡಿಮೆಯೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಇರಬೇಕು ?

(೨೨) ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣಿನ ಒಂದು ರಾಶಿಯಿದೆ. ಅದನ್ನು ೧೮ ಅಥವಾ ೨೪ ಇಲ್ಲವೆ ೩೦ ಹಣ್ಣುಗಳಂತೆ ಎಣಿಸಿದರೆ ಪ್ರತಿಸಲವೂ ೭ ಹಣ್ಣುಗಳು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಕೀರ ಕಡಿಮೆಯೆಂದರೆ ಆ ರಾಶಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಹಣ್ಣುಗಳೆಷ್ಟು ?

(೨೩) ನಾನು ನನ್ನ ಹತ್ತರಿದ್ದ ರೂ. ಗಳನ್ನು ೧೫ ರಂತೆ, ೨೦ ರಂತೆ ಇಲ್ಲವೆ ೨೫ ರಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿದರೂ ಪೂರ್ಣ ಗುಂಪುಗಳಾಗಲಿಕ್ಕೆ ಪ್ರತಿ ಸಲ ೪ ರೂ. ಗಳು ಕಡಿಮೆ ಬೀಳುತ್ತಿದ್ದರೆ ಕೀರ ಕಡಿಮೆಯೆಂದರೆ ನನ್ನ ಹತ್ತರ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳಿರಬೇಕು ?

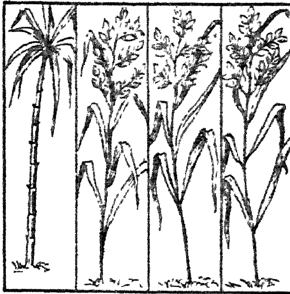
(೨೪) ೧೨, ೧೮, ೨೦ ಇವುಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಪ್ರತಿಸಲವೂ ೫ ಶೇಷ ಬರುವ ಕೀರ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವದು ?



ವ್ಯವಹಾರೀ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

(ಉಜಳಣಿ)

ಬಾಲಕರೇ, ನಿಮಗೆ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸುಲಭವಾದ ವ್ಯ. ಅ. ಗಳ ಕಲ್ಪನೆಯಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ ? ಹಾಗಾದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

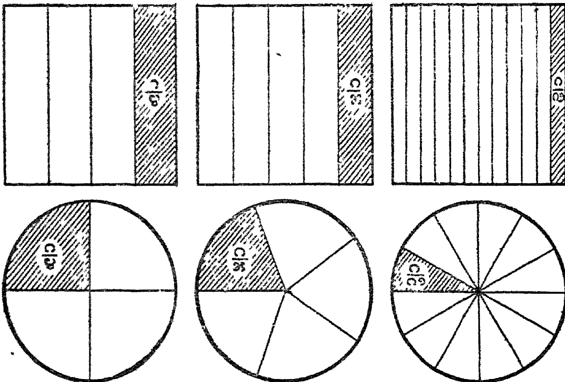


ಇದು ಗುರುಲಿಂಗಪ್ಪನ ಹೊಲದ ಚಿತ್ರವಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಯಾವ ಬೆಳೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ ? ಎಷ್ಟು ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಭತ್ತವನ್ನು ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಬ್ಬನ್ನು ಬಿತ್ತಿದ್ದಾನೆಂಬದನ್ನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

ಇಡೀ ಹೊಲದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾನಲ್ಲವೇ ? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗವು ಆ ಹೊಲದ 'ಒಂದು ನಾಲ್ಕನೆಯಂಶ'ವಾಗಿದ್ದು ಅದನ್ನು $\frac{೧}{೪}$ ಭಾಗವೆಂದು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಇಂಥ ೩ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಭತ್ತವನ್ನು ಬಿತ್ತಿದೆಯಾದ್ದರಿಂದ ಆ ಹೊಲದ 'ಮೂರು ನಾಲ್ಕನೆಯಂಶ'ದಲ್ಲಿ ಭತ್ತ ಬಿತ್ತಿದಂತಾಯಿತು. ಅದನ್ನು $\frac{೩}{೪}$ ಭಾಗವೆಂದು ಬರೆಯುತ್ತಾರಲ್ಲವೇ ? ಆದ್ದರಿಂದ ಉಳಿದ ತುಂಡಿನಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ ಆ ಹೊಲದ $\frac{೧}{೪}$ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಬ್ಬನ್ನು ಬಿತ್ತಿದಂತಾಯಿತು. ಈ $\frac{೩}{೪}$, $\frac{೧}{೪}$ ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲ. ಆದರಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೆನ್ನುವರು. ಹಾಗಾದರೆ $\frac{೩}{೪}$ ಈ ಲೇಖನದಿಂದ ನಮಗೆ ಏನು ತಿಳಿದುಬರುವದು ? $\frac{೩}{೪}$ ದಲ್ಲಿ ೩ ಈ ಅಂಕಿಯ ಕೆಳಗಡೆಗೆ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಗೆರೆಯಿದೆ ನೋಡಿರಿ, ಅದರ ಕೆಳಗೆ ೪ ಈ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಬರೆದಿದೆ. ಈ '೪' ಏನನ್ನು ಹೇಳುತ್ತದೆ ? ಅದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದೆಯೆಂಬದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಗೆರೆಯ ಮೇಲಿನ '೩' ಆ ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ೩ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡಿದೆ ಎಂಬದನ್ನು ಹೇಳುತ್ತದೆ; ಆದ್ದರಿಂದ **ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರುತ್ತಾರೋ ಆ ಅಂಕಿಯನ್ನು**

ಕೆಳಗೆ, ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡಿರುತ್ತಾರೋ ಆ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಮೇಲ್ಗಡೆ ಬರೆದು ನಡುವೆ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಗೆರೆಯನ್ನೆಳೆಯುತ್ತಾರೆ. ಅದರಂತೆ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೫ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ೩ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡರೆ ಅದನ್ನು '೩/೫' ವೆಂದು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯ ಇಂಥ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಗೆರೆಯಮೇಲಿನ ಅಂಕಿಗೆ **ಅಂಶ**ವೆಂದೂ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಕಿಗೆ **ಛೇದ**ವೆಂದೂ ಹೆಸರು. ಹಾಗಾದರೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯ ಲೇಖನ ಕ್ರಮದಿಂದ ೫/೫ ಅಂದರೇನು? ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ಐದು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಐದೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು ಎಂದು ಅಭಿಪ್ರಾಯ. ಇದರಿಂದ ಇಡೀ ವಸ್ತುವನ್ನೇ ತಕ್ಕೊಂಡಂತಾಯಿತಲ್ಲವೇ? ∴ ೫/೫ ವಸ್ತು = ೧ ವಸ್ತು. ಅದರಂತೆ ೬/೬ = ೮/೮ = ೧೧/೧೧ = ೨೫/೨೫ = ೧. ಇತ್ಯಾದಿ

ಇನ್ನು ೧/೪, ೨/೪, ೩/೪....(೧) ೧/೫, ೨/೫, ೩/೫, ೪/೫....(೨) ೧/೧೨, ೨/೧೨, ೩/೧೨,....೬/೧೨ ...೧೧/೧೨...(೩) ಈ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ೧/೪, ೧/೫, ೧/೧೨ ಗಳು ಈ ಮೂರೂ ಗುಂಪುಗಳ ಆರಂಭದ ಮೂಲ (ಎಕ್ಕಮು) ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳು. ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿಯಾಗಿಲ್ಲವೆಂಬುದು ಆಕೃತಿಗಳಿಂದ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ, ನೋಡಿರಿ. ಇದಲ್ಲದೆ ೧/೧೨ ಭಾಗವು ೧/೫ ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣದು. ೧/೫ ವು



೧/೪ ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣದೆಂಬದನ್ನು ಸಹ ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಛೇದದಲ್ಲಿ '೪'

ಉಳ್ಳ ೧ನೆಯ ಗುಂಪಿನ ಅ. ಗಳು 'ನಾಲ್ಕನೆಯಂಶ'ಗಳಿಂದಲೂ, ಛೇದದಲ್ಲಿ '೫' ಉಳ್ಳ ೨ನೆಯ ಗುಂಪಿನ ಅ. ಗಳು 'ಐದನೆಯಂಶ'ಗಳಿಂದಲೂ, ಛೇದದಲ್ಲಿ '೧೨' ಉಳ್ಳ ೩ನೆಯ ಗುಂಪಿನ ಅ. ಗಳು 'ಹನ್ನೆರಡನೆಯಂಶ'ಗಳಿಂದಲೂ ಉಂಟಾದ ಅ. ಗಳಾದ್ದರಿಂದ ಮೂರೂ ಗುಂಪುಗಳು ಭಿನ್ನ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು **ಒಂದೇ ಛೇದವುಳ್ಳ ಅ. ಗಳೆಲ್ಲ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.** ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಒಂದು ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದಲೂ ಮನಗಾಣಬಹುದು.

೧ ಪೌಂಡಿನ ¼ ಭಾಗವೆಂದರೇನು ? ೫ ಶಿಲಿಂಗು ಅಲ್ಲವೇ ? ಮತ್ತು ೧ ಪೌಂಡಿನ ⅕ ಭಾಗವೆಂದರೆ ೪ ಶಿಲಿಂಗು ಅಲ್ಲವೇ ? ೫ ಶಿಲಿಂಗು, ೪ ಶಿಲಿಂಗು ಗಳು ಸರಿಯಲ್ಲವೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಅದರಂತೆ ⅛ ರೂ. ಅಂದರೆ ೧ ಚವಲಿ, ¼ ರೂ. ಅಂದರೆ ೧ ಪಾವಲಿ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಚವಲಿಗಳೆಲ್ಲ ಒಂದು ಜಾತಿಯವು, ಪಾವಲಿಗಳೆಲ್ಲ ಮತ್ತೊಂದು ಜಾತಿಯವು. ಇದನ್ನೇ ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಬೇಕಾದರೆ, ಛೇದಗಳು '೪' ಇರುವ ಅ. ಗಳೆಲ್ಲ ಒಂದು ಜಾತಿಯವು ಮತ್ತು '೮' ಇರುವವೆಲ್ಲ ಮತ್ತೊಂದು ಜಾತಿಯವು. ಈ ವಿವರಣೆಯಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿಯುವದೇನಂದರೆ **ಛೇದಗಳು ಒಂದೇಯಾಗಿದ್ದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಒಂದೇ ಜಾತಿಯವು. ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದವುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜಾತಿಯವು.**

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೬)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೧೦)

(೧) ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಅರ್ಧ, ಗಿರ್ಧ, ಅಂದರೆಷ್ಟು ? ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

(೨) ೧ ಪಾವಲಿ, ೧ ಚವಲಿ, ೧ ಆಣೆಗಳೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ?

(೩) ೩ ಪಾವಲಿ, ೫ ಚವಲಿ, ೯ ಆಣೆಗಳನ್ನು ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ ಮತ್ತು ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

(೪) ೫ ಇಂಚು ಅಂದರೆಷ್ಟು ಫೂಟು ? ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಯಾರ್ಡು ?

(೫) ೭ ತಾಸುಗಳೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ?

(೬) ೩ ಫರ್ಲಾಂಗನ್ನು ಮೈಲು ಹರವಾರಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ, ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

(೭) ನಾಲ್ಕು ಹದಿನೈದನೆಯಂಶವನ್ನು ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

(೮) ಏಳು ಎಂಟನೆಯಂಶವೆಂದರೆಷ್ಟು? ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

(೯) ಈ ಹೊತ್ತು ನಾವು ೬ ಸೇ. ಒಳ್ಳೆಣ್ಣೆಯನ್ನು ತಂದೆವು. ಅಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಮಣ ತಂದಂತಾಯಿತು?

(೧೦) ಕೊಬ್ಬರಿಯ ಒಂದು ಗಿಟಕದಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ೫ ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ಪೂಜೆಗೆ ಕೊಟ್ಟಿತು. ಅಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಗಿಟಕು ಕೊಟ್ಟಂತಾಯಿತು? ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೧) ೧೩ ಮಾರು ಹಗ್ಗದ ಒಂದು ಸಿಂಬಿಯಲ್ಲಿ ೨ ಮಾರು ಹಗ್ಗವನ್ನು ಕೊಯ್ದುಕೊಂಡಿತು. ಇದರಿಂದ ಆ ಸಿಂಬಿಯ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಕೊಯ್ದುಕೊಂಡಂತಾಯಿತು? ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

(೧೨) $\frac{೭}{೧೧}$, $\frac{೬}{೧೫}$, $\frac{೩}{೨೦}$, $\frac{೫}{೯}$ ಇವುಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ.

(೧೩) ಮೂರು ಎಂಟನೆಯಂಶ, ಐದು ಹದಿಮೂರನೆಯಂಶ, ಹನ್ನೊಂದು ಹದಿನೆಂಟನೆಯಂಶ, ಏಳು ಒಂಬತ್ತನೆಯಂಶ ಎಂದರೆಷ್ಟು? ಇವುಗಳನ್ನು ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

(೧೪) $\frac{೧}{೨}$ ರೂ; $\frac{೧}{೪}$ ರೂ; $\frac{೧}{೮}$ ರೂ; $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಅಂದರೆಷ್ಟು ಆಣೆಗಳು ಹೇಳಿರಿ. ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(ಅ) $\frac{೧೯}{೭೦}$ ತಾ. = ಎಷ್ಟು ಮಿ. ಗಳು	(ಇ) $\frac{೧೫}{೩೬}$ ಯಾ. = ಎಷ್ಟು ಇಂಚು
(ಬ) $\frac{೭}{೮}$ ಮೈಲು = ? ಫರ್ಲಾಂಗು	(ಫ) $\frac{೩}{೭}$ ವಾ. = ? ದಿವಸಗಳು
(ಕ) $\frac{೧೨}{೩೦}$ ತಿಂ. = ? ದಿವಸಗಳು	(ಗ) $\frac{೭}{೨೦}$ ಪೌ. = ? ಶಿಲಿಂಗು?
(ಡ) $\frac{೧೫}{೨೪}$ ದಸ್ತು = ? ಹಾಳೆಗಳು	(ಹ) $\frac{೧೧}{೧೨}$ ತೊ. = ? ಮಾಸಿ

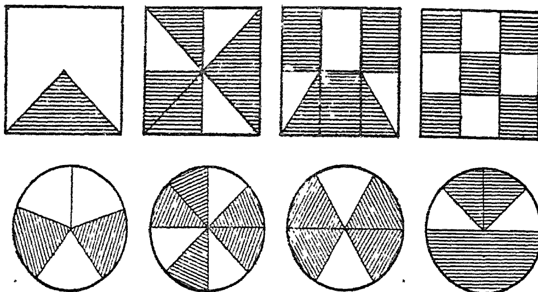
(೧೫) $\frac{೬}{೮}$ ರೂ. ಅಂದರೆಷ್ಟು? ಮತ್ತು $\frac{೩}{೪}$ ರೂ. = $\frac{೬}{೮}$ ರೂ. = $\frac{೧೨}{೧೬}$ ರೂ. ಏಕೆಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೬) $\frac{೩}{೭}$; $\frac{೨}{೩}$; $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೧}{೩}$; $\frac{೫}{೭}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೬}{೭}$; $\frac{೫}{೩}$; $\frac{೮}{೭}$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೭) ಒಂದು ಹೊಲದಲ್ಲಿ ೬ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ, ೩ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಳವನ್ನೂ, ೧ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಜ್ಜೆಯನ್ನೂ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ

ಕಡಲೆಯನ್ನೂ ಬಿತ್ತಿದೆ. ಆದರೆ ಆ ಹೊಲದ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಳ, ಸೆಜ್ಜೆ, ಕಡಲೆಗಳನ್ನು ಬಿತ್ತಿದಂತಾಯಿತು ? ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೮) ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳು ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತುಗಳೆಂದು ತಿಳಿದು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಪ್ಪು ಗುರ್ತುಮಾಡಿದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ.



(೧೯) ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಗುರ್ತು ಮಾಡದೇ ಇದ್ದ ಭಾಗವೆಷ್ಟೆಂಬುದನ್ನು ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ಬೇರೀಜು (ಭಾಗ ೧)

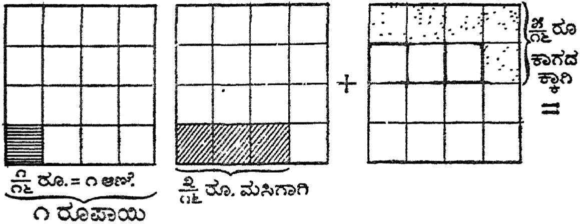
ಉದಾ:— ನಾನು ೩ ಆಣೆಗಳ ಮಸಿಯನ್ನೂ ೫ ಆಣೆಗಳ ಕಾಗದವನ್ನೂ ಕೊಂಡೆನು. ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು ? ಇದರ ಉತ್ತರವನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು ಬಹು ಸುಲಭ.

(ಮಸಿಗಾಗಿ) ೩ ಆಣೆಗಳು + (ಕಾಗದಗಳಿಗಾಗಿ) ೫ ಆಣೆಗಳು = ೮ ಆ. ಗಳು ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ್ದು. ಆದರೆ ಇದನ್ನೇ ರೂಪಾಯಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳುವಿರಿ ?

೩ ಆಣೆಗಳೆಂದರೆಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ? ೩/೧೬ ರೂ. ಅಲ್ಲವೆ ? ಅದರಂತೆ ೫ ಆಣೆಗಳೆಂದರೆ ೫/೧೬ ರೂ.

∴ ೩/೧೬ ರೂ. ಯ ಮಸಿಯನ್ನು ಕೊಂಡಿತು. ಮತ್ತು ೫/೧೬ ರೂ. ಯ ಕಾಗದವನ್ನು ತಂದಿತು.

∴ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಾದ ಹಣ = $\frac{೩}{೧೬}$ ರೂ. + $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಇವೆರಡೂ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು. ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



೧	೨	೩	೪
೮	೭	೬	೫
೯	೧೦	೧೧	೧೨
೧೬	೧೫	೧೪	೧೩

ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಮನೆಗಳು ೮; ಮತ್ತು ೧ ರೂಪಾಯಿಯಲ್ಲಿ ಇಂಥ ೧೬ ಮನೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ∴ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು = $\frac{೮}{೧೬}$ ರೂ. ಆದಂತಾಯಿತಲ್ಲವೆ? ∴ $\frac{೩}{೧೬}$ ರೂ. + $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. = $\frac{೩+೫}{೧೬}$ = $\frac{\text{೮ (ಅಂಶ, ಅಂಶಗಳ ಬೇರೀಜು)}}{\text{೧೬ (ಒಂದೇ ಛೇದ)}}$ ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ನೋಡಲು ಒಂದೇಜಾತಿಯ ಅ.ಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು ಸುಲಭವಾಗಿದೆ.

ಈ ಮೊದಲೇ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು ೩ ಅ. + ೫ ಅ. = ೮ ಅ. ಗಳು ಎಂಬಂತೆ '೩ ಹದಿನಾರನೆಯಂಶ' ಮತ್ತು '೫ ಹದಿನಾರನೆಯಂಶ' ಇವುಗಳ ಒಟ್ಟು '೮ ಹದಿನಾರನೆಯಂಶ' ಗಳೆಂದಂತಾಯಿತಲ್ಲವೇ ? ಇದರಿಂದ ನಾವು ಒಂದು ನಿಯಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ನಿಯಮ:—ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವದಾದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದ ಅ. ಗಳ ಅಂಶಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ ಬಂದ ಬೇರೀಜನ್ನು ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಆ ಅ. ಗಳ ಒಂದೇ ಛೇದವನ್ನು ಛೇದಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆಯಬೇಕು.

ಆದರೆ ಭಿನ್ನ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವದು ಇಷ್ಟು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಅದರ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಮುಂದಿನ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಮೇಲಿನ ನಿಯಮವನ್ನನುಸರಿಸಿ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ (೧):— ನಾನು $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಕೊಟ್ಟು ಕರವಸ್ತ್ರವನ್ನೂ $\frac{೭}{೧೬}$ ರೂ. ಕೊಟ್ಟು ಟೊಪ್ಪಿಗೆಯನ್ನೂ ತಂದೆನು. ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು ?

ಇಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು = (ಕರವಸ್ತ್ರಕ್ಕಾಗಿ) $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. + (ಟೊಪ್ಪಿಗೆಗಾಗಿ) $\frac{೭}{೧೬}$ ರೂ. ಇವು ಸಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಿರುವದರಿಂದ, ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ಮೇಲಿನಂತೆ ತೆಗೆಯುವದು.

∴ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು = $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. + $\frac{೭}{೧೬}$ ರೂ. = $\frac{೫+೭}{೧೬}$ =

$\frac{\text{೧೨ ರೂ. (ಅಂಶಗಳ ಬೇರೀಜು)}}{\text{೧೬ ರೂ. (ಒಂದೇ ಛೇದ)}}$ ∴ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು = $\frac{೧೨}{೧೬}$ ರೂ. ಉ.

ತಾಳೆ ನೋಡಿರಿ:— $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. = ೫ ಆ. ಗಳು. $\frac{೭}{೧೬}$ ರೂ. = ೭ ಆ. ಗಳು.

∴ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. + $\frac{೭}{೧೬}$ ರೂ. = ೫ ಆ. + ೭ ಆ. = ೧೨ ಆ. ಗಳು.

ಇನ್ನು ೧೨ ಆ. ಗಳು = $\frac{೧೨}{೧೬}$ ರೂ. ಎಂಬುದು ತಿಳಿದಿದೆ.

∴ $\frac{೧೨}{೧೬}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ (೨):— $\frac{೧೦}{೩೦}$ ತಾಸು + $\frac{೮}{೩೦}$ ತಾಸು + $\frac{೬}{೩೦}$ ತಾಸು = ? ಇವೆಲ್ಲ ಸಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಾಗಿರುವದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ನಿಯಮದಂತೆ ಅಂಶಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ಛೇದವನ್ನು ಛೇದಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಇಡುವದು.

∴ $\frac{೧೦}{೩೦}$ ತಾ. + $\frac{೮}{೩೦}$ ತಾ. + $\frac{೬}{೩೦}$ ತಾ. = $\frac{\text{೧೦ + ೮ + ೬ (ಅಂಶಗಳ ಬೇರೀಜು)}}{\text{೩೦ (ಒಂದೇ ಛೇದ)}}$

= $\frac{೨೪}{೩೦}$ ತಾಸು ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೭)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೫)

(೧) (ಅ) $\frac{೧}{೩}$ ರೂ. + $\frac{೧}{೩}$ ರೂ. = ? ರೂ. (ಬ) $\frac{೪}{೯}$ ರೂ. + $\frac{೨}{೯}$ ರೂ. = ? ರೂ. (ಕ) $\frac{೨}{೧೩}$ ಫೂ. + $\frac{೨}{೧೩}$ ಫೂ. = ? ಫೂ.

(೨) (ಅ) $\frac{೨}{೧೬}$ ರೂ. + $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. + $\frac{೪}{೧೬}$ ರೂ. = ? ರೂ.

(ಬ) $\frac{೨}{೪೮}$ ಮ. + $\frac{೫}{೪೦}$ ಮ. + $\frac{೭}{೪೦}$ ಮ. = ? ಮಣ.

(೩) (ಅ) $\frac{೧}{೮}$ ಪೈ. + $\frac{೩}{೮}$ ಪೈ. + $\frac{೩}{೮}$ ಪೈ. = ? ಪೈಲು.

(ಬ) $\frac{೭}{೪೮}$ ತೊ. + $\frac{೧೧}{೪೮}$ ತೊ. + $\frac{೧೫}{೪೮}$ ತೊ. = ? ತೊಲಿ.

(೪) $\frac{೫}{೬೦}$ ತಾ. + $\frac{೩೦}{೬೦}$ ತಾ. + $\frac{೫೫}{೬೦}$ ತಾ. = ? ತಾಸು.

(೫) ಒಂದು ಆಳನ್ನು $\frac{೫}{೩೦}$ ತಿಂಗಳು, $\frac{೮}{೩೦}$ ತಿಂಗಳು ಮತ್ತು $\frac{೭}{೩೦}$ ತಿಂ ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಹಚ್ಚಿದೆವು. ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ತಿಂಗಳು ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಹಚ್ಚಿ ದಂತಾಯಿತು ?

(೬) ಒಂದು ಕಲ್ಲಂಗಡಿ ಹಣ್ಣಿನ $\frac{೩}{೧೨}$ ಭಾಗವನ್ನು ಸಾವಿತ್ರಿಯೂ, $\frac{೩}{೧೨}$ ಭಾಗವನ್ನು ಸರಲೆಯೂ ಮತ್ತು $\frac{೪}{೧೨}$ ಭಾಗವನ್ನು ಯಮುನೆಯೂ ತಿಂದರು. ಆದರೆ ಎಷ್ಟು ಕಲ್ಲಂಗಡಿಯು ತೀರಿದಂತಾಯಿತು ?

(೭) ನಾನು $\frac{೩}{೩೦}$ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಸ್ನಾನವನ್ನೂ, $\frac{೮}{೩೦}$ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಊಟ ವನ್ನೂ ತೀರಿಸಿ, $\frac{೪}{೩೦}$ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಸಾಲೆಗೆ ಹೋದೆನು. ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ನನಗೆ ಎಷ್ಟು ತಾಸು ಹಿಡಿದಂತಾಯಿತು ?

(೮) $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಯ ಬಟಾಟೆಯನ್ನೂ, $\frac{೨}{೧೬}$ ರೂ. ಬದನೀಕಾಯಿ ಯನ್ನೂ ಮತ್ತು $\frac{೩}{೧೬}$ ರೂ. ಸವತೆಕಾಯಿಯನ್ನೂ ಕೊಂಡರೆ, ಎಷ್ಟು ರೂಪಾ ಯಿಯ ಪಲ್ಲೆ ತಂದಂತಾಯಿತು ?

(೯) ಒಬ್ಬ ಕಾರಕೂನನು ತನ್ನ ಪಗಾರದ $\frac{೩}{೩೫}$ ಭಾಗವನ್ನು ಕಟ್ಟಿ ಗೆಗೂ, $\frac{೧೧}{೩೫}$ ಭಾಗವನ್ನು ರೇಶನ್ನಿಗೂ ಮತ್ತು $\frac{೫}{೩೫}$ ಭಾಗವನ್ನು ಹೈನಕ್ಕಾಗಿಯೂ ಖರ್ಚುಮಾಡಿದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಖರ್ಚುಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು ?

(೧೦) ಒಬ್ಬ ರೈತನು ತನ್ನ ಹೊಲದ $\frac{೭}{೧೫}$ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಗೋದಿಯನ್ನೂ $\frac{೩}{೧೫}$ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿಯನ್ನೂ ಬಿತ್ತಿ $\frac{೧}{೧೫}$ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮೆಣಸಿನ ಗಿಡಗಳನ್ನು ಹಚ್ಚಿದ್ದಾನೆ. ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಬೆಳೆಮಾಡಿದ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ?

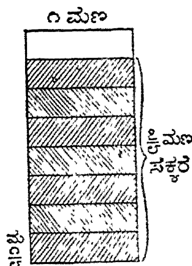
(೧೧) ನಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ೩ ದಿವಸಗಳ ಹಬ್ಬದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{೮}{೪೮}$ ಮಣ, $\frac{೭}{೪೮}$ ಮಣ ಮತ್ತು $\frac{೫}{೪೮}$ ಮಣದಂತೆ ಬೆಲ್ಲ ಖರ್ಚಾಯಿತು. ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮಣ ಬೆಲ್ಲ ಖರ್ಚಾಯಿತು ?

ಸಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ

(ಭಾಗ ೧)

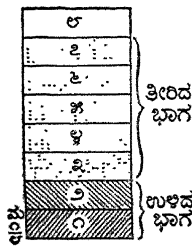
ಉದಾ:— ಶಿವರಾಮನ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಇಂದು ಮುಂಜಾನೆ $\frac{೭}{೮}$ ಮಣ ಸಕ್ಕರೆ ಇತ್ತು. ಸಂಜೆಯೊಳಗಾಗಿ $\frac{೫}{೮}$ ಮಣ ಸಕ್ಕರೆ ಮಾರಾಟವಾಗಿಹೋಯಿತು. ಆದರೆ ಸಂಜೆಗೆ ಉಳಿದ ಸಕ್ಕರೆ ಎಷ್ಟು?

ಸಂಜೆಗೆ ಉಳಿದ ಸಕ್ಕರೆಯೆಂದರೆ $\frac{೭}{೮}$ ಮಣ-$\frac{೫}{೮}$ ಮಣ = ?



(ಆಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ) ೧ ಮಣ ಸಕ್ಕರೆ ಹಿಡಿಯುವ ಒಂದು ಡಬ್ಬಿಯಲ್ಲಿ $\frac{೭}{೮}$ ಮಣ ಸಕ್ಕರೆ ಇದೆ. ಆ ಡಬ್ಬಿಯಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಒಂದೊಂದು ಭಾಗವು ಒಂದು ಮಣದ 'ಒಂದು ಎಂಟನೆಯಂಶ' ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಹಿಡಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{೭}{೮}$ ಮಣ ಸಕ್ಕರೆಯು ೭ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಬೇಕಾಯಿತು.

ಇನ್ನು ಸಂಜೆಯೊಳಗೆ ತೀರಿದ ಸಕ್ಕರೆಯೆಂದರೆ $\frac{೫}{೮}$ ಮಣ ಅಂದರೆ $\frac{೧}{೮}$ ಮಣದಂಥ ೫ ಭಾಗಗಳು. ಆದ್ದರಿಂದ ತುಂಬಿದ ೭ ಭಾಗಗಳಿಂದ ೫ ಭಾಗ ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಮಾರಲು ಉಳಿದ ಸಕ್ಕರೆಯು (೭ − ೫ =) ೨ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿರಬೇಕಾಯಿತು. ಇನ್ನು ಒಂದು ಭಾಗದಲ್ಲಿ $\frac{೧}{೮}$ ಮಣ ಸಕ್ಕರೆ ಇರುತ್ತದೆಂದು ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಉಳಿದ ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳ ಸಕ್ಕರೆಯೆಂದರೆ $\frac{೨}{೮}$ ಮಣ ಇರಬೇಕಾಯಿತು.

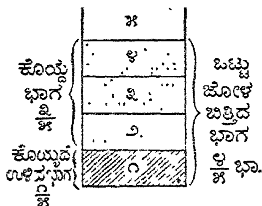


∴ ಮೇಲಿನ ವಿವರಣೆಯಂತೆ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬರೆದು ಬಿಡಿಸಬೇಕಾದರೆ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬಿಡಿಸಬಹುದು. $\frac{೭}{೮}$, $\frac{೫}{೮}$ ಗಳೆರಡೂ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಿರುತ್ತವೆ. ∴ $\frac{೭}{೮}$ ಮ. − $\frac{೫}{೮}$ ಮ. =

$$\frac{೭ - ೫ \text{ (ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಅಂಶ ಕಳೆದದ್ದು)}}{೮ \text{ (ಒಂದೇ ಛೇದ)}} = \frac{೨}{೮} \text{ ಮ.}$$

ಸಕ್ಕರೆ ಉಳಿದದ್ದು. ಉತ್ತರ.

ಉದಾ:— ಕಾಳಪ್ಪನ ಹೊಲದ $\frac{೪}{೫}$ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಜೋಳ ಬಿತ್ತಿದ್ದು, ಅದರಲ್ಲಿ $\frac{೩}{೫}$ ಭಾಗ ಕೊಯ್ಯಲಾಗಿ, ಉಳಿದ ಜೋಳದ ಹೊಲವೆಷ್ಟು ?



ಒಟ್ಟು ಗುರ್ತುಮಾಡಿದ ಭಾಗವೆಲ್ಲ ಜೋಳ ಬಿತ್ತಿದ ಭಾಗ. ಅದು ಇಡೀ ಹೊಲದ $\frac{೪}{೫}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ $\frac{೧}{೫}$ ಭಾಗದಂಥ ೪ ತುಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಳವನ್ನು ಬಿತ್ತಿದ್ದು ಅದರಲ್ಲಿ $\frac{೩}{೫}$ ಭಾಗವೆಂದರೆ $\frac{೧}{೫}$ ದಂಥ ೩ ತುಂಡುಗಳ ಜೋಳವನ್ನು ಕೊಯ್ದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಯ್ಯದೆ ಉಳಿದ ಭಾಗವೆಂದರೆ (೪ − ೩ =) ೧ ತುಂಡು ಅಂದರೆ $\frac{೧}{೫}$ ಭಾಗ. ∴ ಬರೆದು ತೋರಿಸುವದಾದರೆ $\frac{೪}{೫}$ ಭಾ. − $\frac{೩}{೫}$ ಭಾ. =

$$\frac{೪ - ೩ \text{ (ಅಂಶ − ಅಂಶ)}}{೫ \text{ (ಒಂದು ಛೇದ)}} = \frac{೧}{೫}$$ ಕೊಯ್ಯದೆ ಉಳಿದ ಭಾಗ ಉತ್ತರ.

ಈ ಎರಡೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು.

ನಿಯಮ:— ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ (ಒಂದೇ ಛೇದವುಳ್ಳ) ಅ. ಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯನ್ನು ಮಾಡುವದಾದಲ್ಲಿ ಅಂಶಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯನ್ನು ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಟ್ಟು ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಛೇದಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಛೇದವನ್ನಿಡಬೇಕು.

ಸೂಚನೆ:— ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ಬೇರೀಜು ಅಥವಾ ವಜಾಬಾಕಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಹೊರಡುವ ಅ. ಗಳಾದರೂ ಅದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆಂಬದನ್ನು ನೀವು ಕಾಣಿರಿ.

ಇನ್ನು ಭಿನ್ನ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯನ್ನು ಮಾಡುವದು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಅದನ್ನು ಮುಂದೆ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೪)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೧೦)

ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ :

(೧) $\frac{೩}{೪}$ ರೂ. – $\frac{೧}{೪}$ ರೂ.

(೨) $\frac{೨}{೪}$ ಫೂ. – $\frac{೧}{೪}$ ಫೂ.

(೩) $\frac{೫}{೬}$ ಯಾ. – $\frac{೨}{೬}$ ಯಾ.

(೪) $\frac{೭}{೮}$ ಸೇ. – $\frac{೩}{೮}$ ಸೇ.

(೫) $\frac{೧೧}{೧೬}$ ರೂ. – $\frac{೪}{೧೬}$ ರೂ.

(೬) $\frac{೯}{೨೦}$ ಪೌ. – $\frac{೫}{೨೦}$ ಪೌ.

(೭) $\frac{೭}{೧೨}$ ತೊ. – $\frac{೫}{೧೨}$ ತೊ.

(೮) $\frac{೪೧}{೬೦}$ ತಾ. – $\frac{೨೯}{೬೦}$ ತಾ.

(೯) $\frac{೨೦}{೩೦}$ ತಿಂ. – $\frac{೧೨}{೩೦}$ ತಿಂ.

(೧೦) $\frac{೩೫}{೪೦}$ ಎಕರೆ – $\frac{೧೫}{೪೦}$ ಎಕರೆ; ಮತ್ತು $\frac{೨೫}{೪೦}$ ಎಕರೆ – $\frac{೧೫}{೪೦}$ ಎಕರೆ – $\frac{೧೦}{೪೦}$ ಎಕರೆ ?

(೧೧) $\frac{೧೩}{೧೬}$ ರೂ. ಗೆ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೆಲವು ದಿನಗಳ ತರುವಾಯ ಅದನ್ನು $\frac{೯}{೧೬}$ ರೂ. ಗೆ ಮಾರಿದೆನು. ಇದರಿಂದ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಿದಂತಾಯಿತು ?

(೧೨) ಒಂದು ಹೊಲದಲ್ಲಿ $\frac{೧೭}{೨೦}$ ಭಾಗ ಕಪ್ಪು, $\frac{೯}{೨೦}$ ಭಾಗ ಕೆಂಪು ಇದೆ. ಆದರೆ ಕಪ್ಪು ನೆಲವು ಕೆಂಪು ನೆಲಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿದೆ ?

(೧೩) $\frac{೧೫}{೧೬}$ ಪೌಂಡು ಸಕ್ಕರೆಯಲ್ಲಿ $\frac{೯}{೧೬}$ ಪೌಂಡು ಸಕ್ಕರೆ ಹಾಕಿ ಚಹಾ ಮಾಡಲಾಗಿ ಉಳಿದ ಸಕ್ಕರೆ ಎಷ್ಟು ಪೌಂಡು ?

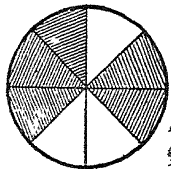
(೧೪) ಒಂದು ಪಾಟಿಯು ಕಟ್ಟು ಸಹಿತ $\frac{೧೧}{೧೨}$ ಫೂ. ಉದ್ದ, $\frac{೭}{೧೨}$ ಫೂ. ಅಗಲವಿದೆ. ಅದರ ಕಟ್ಟು $\frac{೫}{೧೨}$ ಫೂ. ಅಗಲವಿದ್ದರೆ ಕಟ್ಟಿನ ಒಳಗಿನ ಪಾಟಿಯು ಉದ್ದಗಲಗಳೆಷ್ಟು ?

(೧೫) $\frac{೧೪}{೧೬}$ ರೂ. ತಕ್ಕೊಂಡು ಹುಬ್ಬಳ್ಳಿಗೆ ಹೋಗಿ ಬಂದೆನು. ಹುಬ್ಬಳ್ಳಿಗೆ ಹೋಗುವ ಅಥವಾ ತಿರುಗಿ ಬರುವ ಚಾರ್ಜು $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಬೀಳುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಕೊನೆಗೆ ನನ್ನ ಹತ್ತರ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಉಳಿಯಿತು ?

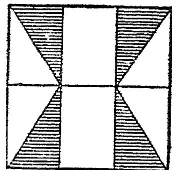
(೧೬) $\frac{೧೧}{೧೨}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯಲ್ಲಿ $\frac{೫}{೧೨}$ ವಾರಿಗೆ ಒಂದರಂತೆ ಎರಡು ವಸ್ತ್ರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಸಿಕೊಂಡರೆ ಉಳಿಯುವ ಅರಿವೆಯೆಷ್ಟು ?

(೧೭) ನನ್ನ ಹತ್ತರ $\frac{೧೪}{೧೬}$ ರೂ. ಇತ್ತು. ಅದರಲ್ಲಿ $\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಗೆ ಒಂದು ಪೌಂಡು ಬಟಾಟೆಯನ್ನೂ $\frac{೬}{೧೬}$ ರೂ. ಗೆ ೪ ಸೇರು ಬದನೇಕಾಯಿಗಳನ್ನೂ ಕೊಂಡೆನು. ಆದರೆ ನನ್ನ ಹತ್ತರ ಉಳಿಯುವ ರೂ. ಎಷ್ಟು ?

(೧೮) ಈ ಇಡೀ ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಭಾಗವು ಗುರ್ತು ಮಾಡದೇ ಇದ್ದ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಗಿದೆ ?



(೧೯) ಈ ಇಡೀ ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಭಾಗವು ಗುರ್ತು ಮಾಡದೇ ಇದ್ದ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಿದೆ ?



ಅ. ಗಳ ಪ್ರಕಾರಗಳು. ಸಮ, ವಿಷಮ, ಅ. ಗಳು.

ಉದಾ:— (೧) ೧೦/೧೨ ಫೂ. ಅಂದರೆಷ್ಟು ? ೧೦ ಇಂಚು ಅಲ್ಲವೇ ? ೧ ಫೂ. = ೧೨ ಇಂಚು ∴ ೧೦/೧೨ ಫೂ. ೧ ಫೂ. ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ. ಇದನ್ನೇ ಅ. ಗಳ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ನೋಡಲು ೧೦/೧೨ ಇದು ೧ ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೧೨ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ೧೦ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು. ∴ ೧೦/೧೨ ಇದು ೧ ಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣದು. ಅದರಂತೆ

ಉದಾ:—(೨) ೩/೪ ರೂ. ಅಂದರೆ ೩ ಚವಲಿಗಳು. ೧ ರೂಪಾಯಿಯಲ್ಲಿ ೪ ಚವಲಿಗಳಿರುವದರಿಂದ ೩/೪ ರೂ. ೧ ರೂ. ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ. ಅದರಂತೆ ೫/೬ ತಾಸು ೧ ತಾಸಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ.

∴ ೧೦/೧೨, ೩/೪, ೫/೬ ಗಳ ಅಂಶಗಳು ಅವುಗಳ ಛೇದಗಳಿಗಿಂತ ಸಣ್ಣವಿರುವದರಿಂದ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ೧ ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ. ಇಂಥ ಅ. ಗಳಿಗೆ ಸಮ ಅ. ಗಳೆನ್ನುವರು.

∴ ಸಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಅಂಶವು ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣದಿದ್ದು, ಅದರ ಬೆಲೆಯು ೧ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನು ೧೩/೪ ರೂ. ಅಂದರೆಷ್ಟು ? ೧ ರೂ. ಯಲ್ಲಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಆಗುವ ಭಾಗಗಳಂಥ ೧೩ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು. ∴ ೧೩/೪ ರೂ.

ಅಂದರೆ ೧೩ ಪಾವಲಿಗಳು; ಮತ್ತು ೧ ರೂಪಾಯಿಯಲ್ಲಿ ೪ ಪಾವಲಿಗಳಾಗು ವದರಿಂದ ೧೩/೪ ರೂ. ಗಳು ೧ ರೂ. ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ∴ ೧೩/೪ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಬೆಲೆಯು ೧ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ ? ಅಂಶವಾದ ೧೩, ಛೇದವಾದ ೪ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಿರುವದರಿಂದ ೧೩/೪ ದ ಬೆಲೆಯು ೧ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುತ್ತದೆ. ಅದರಂತೆ ೨೩/೧೬ ಪೌಂ. ತೂಕವೆಂದರೆ ೨೩ ಔಂಸು ತೂಕ, ಮತ್ತು ೧ ಪೌಂಡು ತೂಕವೆಂದರೆ ೧೬ ಔಂಸುಗಳ ತೂಕ ∴ ೨೩/೧೬ ಪೌಂ. ೧ ಪೌಂಡಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ∴ ೨೩/೧೬ ಅ. ದ ಬೆಲೆಯಾದರೂ ೧ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಏಕೆ ? ಅಂಶ ೨೩, ಛೇದ ೧೬ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಿದೆ. ಇಂಥ ಅಪೂ ರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೆನ್ನುವರು.

∴ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶವು ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಿದ್ದು ಅದರ ಬೆಲೆ ೧ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೯)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು)

ಸಮ, ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರಿ.

(೧) ೨/೩; ೩/೪; ೭/೮; ೮/೯; ೩/೪. ಮತ್ತು ೫ ಸಮ ಅ. ಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೨) ೮/೭; ೧೧/೧೦; ೧೩/೧೨; ೧೬/೧೫ ಮತ್ತು ೫ ವಿಷಮ, ಅ. ಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೩) ೨೫/೨೪; ೨೩/೨೧; ೨೩/೧೮; ೫/೨. ಮತ್ತು ೧೩/೨೫ + ೨/೨೯; ೮/೧೨ + ೨/೧೨.

(೪) ೬೫/೬೪ ರೂ. ೨೩/೨೪ ಫೂ. ೧೩/೧೨ ತೊಲಿ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ೧ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚೋ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೫) ೧೩/೮; ೨೭/೧೦; ೨೩/೨೪; ೭/೬ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮ, ವಿಷಮ ಅ. ಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿರಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು (ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆ)

ಉದಾ:— ನಾನು ನಮ್ಮ ಊರಿಂದ ಇಲ್ಲಿಗೆ ಬರಲಿಕ್ಕೆ ೨ ರೂ. ಮೋಟಾರ ತಿಕೀಟನ್ನೂ ೬ ಆಣೆ ಟಾಂಗಾದ ಬಾಡಿಗೆಯನ್ನೂ ಕೊಟ್ಟೆನು. ಆದರೆ ನಾನು ಕೊಟ್ಟದ್ದೆಷ್ಟು ?

∴ ಒಟ್ಟು ನಾನು ಕೊಟ್ಟ ಬಾಡಿಗೆಯೆಂದರೆ ೨ ರೂ. ಮತ್ತು ೬ ಆ. ಗಳು. ಎರಡೂ ಕೂಡಿಸಿ ಎಷ್ಟು ಹಣ ? ಎರಡೂ ಭಿನ್ನವಾದ ನಾಣ್ಯಗಳಾಗಿರುವದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟು ಕೂಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆ ? ೨ ಮತ್ತು ೬ ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲಾಗಿ ಆಗುವ ೮ನ್ನೇ ರೂ. ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಆಣೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ ? ಇಲ್ಲ. ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವದಾದರೆ ಮೊದಲು ಎರಡೂ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯವಿರಬೇಕು; ಅಂದರೆ ಎರಡಕ್ಕೂ ಆಣೆಗಳ ರೂಪವನ್ನಾಗಲಿ ಇಲ್ಲವೆ ರೂ. ಗಳ ರೂಪವನ್ನಾಗಲಿ ಕೊಟ್ಟು ಕೂಡಿಸುವದು. ಎರಡಕ್ಕೂ ಆಣೆಗಳ ರೂಪಕೊಡಲು ೨ ರೂ. = ೩೨ ಆ. ಗಳು. ∴ ೨ ರೂ. + ೬ ಆ. = ೩೨ ಆ. + ೬ ಆ. = ೩೮ ಆ. ಗಳು. ಇನ್ನು ಎರಡಕ್ಕೂ ರೂ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಕೂಡಿಸುವದಾದಲ್ಲಿ ೬ ಆ. = ೬/೧೬ ರೂ. ∴ ೨ ರೂ. + ೬ ಆ. = ೨ ರೂ. + ೬/೧೬ ರೂ. ಇವೆರಡೂ ರೂ. ಗಳೇ ಆಗಿದ್ದರೂ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಲ್ಲ; ೨ ರೂ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯು; ೬/೧೬ ರೂ. ಇದು ಸಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯು. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಿ ಒಂದೇ ರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಈ ಕಾರಣದಿಂದ ೨ ರೂ. ಮತ್ತು ೬ ಆ. ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ತರುವದಾದರೆ ೨ ರೂ. + ೬/೧೬ ರೂ. ಎಂದೇ ಇಡಬೇಕಾಗುವದು. ಇನ್ನು ಈ ಬೇರೀಜನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವ ಬದಲು '೨ ೬/೧೬' ರೂ. ಎಂದು ಬರೆಯುವರು. ಇದನ್ನು ಓದುವದಾದರೆ 'ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆರು ಹದಿನಾರನೆಯಂಶ ರೂಪಾಯಿಗಳು' ಎಂದು.

∴ ೨ ೬/೧೬ ರೂ. ಇದಕ್ಕೆ ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದೂ ಅನ್ನುವರು. ಅದರಂತೆ ೫ ೨/೧೬ ಇದು ಒಂದು ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆ; ೫ ೨/೧೬ ರೂ. ಎಂದರೆ ೫ ರೂ. + ೨/೧೬ ರೂ. = ೫ ರೂ. + ೨ ಆ. ಎಂದಂತಾಯಿತು.

೫ ೨/೧೬ ಅ. ದಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯೂ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯೂ ಕೂಡಿರುವದರಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಅಂಥ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ **ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ** ವೆನ್ನುವರು.

ಇನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳನ್ನು (ಅವಶ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ) ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವದುಂಟು. ಹೇಗೆ ? ೪ ರೂ. ಇದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನೇ ೪/೧ ರೂ. ಎಂದು ಬರೆಯುವ ರೂಢಿಯಿದೆ. ಅದರಂತೆ ೧೫ ಆಣೆಗಳು

= ೧೫/೧ ಆ. ಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ; ಒಮ್ಮೊಮ್ಮೆ ಛೇದವು ೧ ಇದ್ದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗಳ ಛೇದವನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳಂತೆಯೇ ಬರೆಯುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೦)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧–೧೦)

(೧) ೩ ತೊಲಿ + ೪ ಮಾಸಿ ಇದನ್ನು ತೊಲಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ.

(೨) ೫ ಆ. + ೭ ಪೈಗಳನ್ನು ಆಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ.

(೩) ೭ ಶಿಲಿಂಗ + ೫ ಪೇ. ಗೆ ಶಿಲಿಂಗುಗಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(೪) ೧೨ ಮೈಲು + ೩ ಫರ್ಲಾಂಗ ಅಂದರೆಷ್ಟು ಮೈಲುಗಳು ?

(೫) ೯ ರೂ. + ೧೧ ಆ. = ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳು ?

(೬) ೧೦ ಹೇರು + ೫ ಮ. = ಎಷ್ಟು ಹೇರು ? (೮ ಮಣ = ೧ ಹೇರು)

(೭) ೬ ವರ್ಷ ಮತ್ತು ೫ ತಿಂಗಳುಗಳೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ವರ್ಷ ?

(೮) ೬ ರೂ. + ೧ ೫/೬ ರೂ. ಅಂದರೆಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳು ?

(೯) ೩ ೪/೬ ರೂ., ೧೨ ೩/೪ ಫ್ರ್ಯಾ., ೮ ೯/೧೦ ತೊಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ.

(೧೦) ೫ ೪/೫ ತಾಸು, ೭ ೩/೮ ದಿವಸ, ೮ ೯/೧೦ ವರ್ಷ ಇವುಗಳನ್ನು ಓದಿರಿ.

(೧೧) ದಿನಕರನು ೩ ರೂ. ಗಳ ಬೆಲೆಯ ಇತಿಹಾಸ ಪುಸ್ತಕವನ್ನೂ ೮ ಆಣೆಯ ಮಸಿಯನ್ನೂ ಕೊಂಡನು. ಆದರೆ ಅವನು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳನ್ನು ವೆಚ್ಚ ಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು ?

(೧೨) ವಸಂತನು ನಾಯಕಲ್ಲಿನಿಂದ ೮ ಮೈಲು ಪ್ರವಾಸ ಮಾಡಿದ ಬಳಿಕ ೬ ಫರ್ಲಾಂಗು ಕಾಲು ನಡಿಗೆಯಿಂದ ನಡೆದು ಪ್ರವಾಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಿದನು. ಆದರೆ ಅವನು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮೈಲು ಪ್ರವಾಸ ಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು ?

(೧೩) ೬ ೫/೬; ೭ ೧/೯; ೧೨ ೧೩/೧೪ ಈ ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡಿದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳೂ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳೂ ಯಾವವು ?

(೧೪) ೩, ೪, ೬, ೭, ೮ ಈ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳನ್ನು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ.

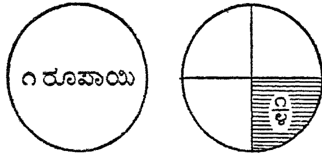
ವಿಷಮ ಅ. ಕ್ಕೆ ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪ ಕೊಡುವದು

ಉದಾ (೧):— $\frac{೯}{೪}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ. $\frac{೯}{೪}$ ಇದು ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವಿದ್ದು ಅದರ ಬೆಲೆ ೧ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿಗಿದೆ. ಇನ್ನು $\frac{೯}{೪}$ ರೂ. ಅಂದರೆಷ್ಟು? ೧ ರೂ. ಯಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಉಂಟಾಗುವ ಭಾಗಗಳಂತಹ ೯ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು; ಆದರೆ ೧ ರೂ. ಯಲ್ಲಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಪಾವಲಿ ($\frac{೧}{೪}$ ರೂ.) ಗಳಾಗುವವೆಂಬದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಅಂದರೆ $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. = ೧ ಪಾವಲಿ. ∴ $\frac{೯}{೪}$ ರೂ. ಯೆಂದರೆ ೯ ಪಾವಲಿಗಳು. ಈ ಪಾವಲಿಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿ ರೂಪಾಯಿ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳಾಗುವವು? ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಪಾವಲಿಗಳು ಉಳಿಯುವವು? ಅದಕ್ಕಾಗಿ ೪) ೯ ಪಾ. (೨ ರೂ.

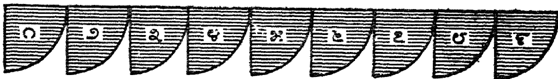
೮
——
೧ ಪಾ.

∴ ೨ ರೂ. ಗಳಾಗಿ ೧ ಪಾವಲಿ ಉಳಿಯುವದು. ಇನ್ನು ೧ ಪಾ = $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ∴ $\frac{೯}{೪}$ ರೂ. = ೨ ರೂ. ಮತ್ತು $\frac{೧}{೪}$ = ೨$\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ಇದನ್ನೇ ಆಕೃತಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವಾ.

ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಒಂದೊಂದು $\frac{೧}{೪}$ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

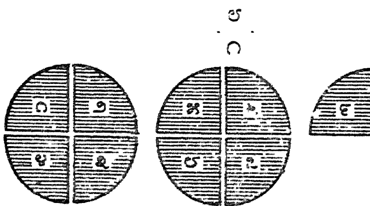


ಅಂಥ ೯ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡರೆ $\frac{೯}{೪}$ ಆಗುವದೆಂಬದು ಗೊತ್ತಿದ್ದ ವಿಷಯವು.



ಈ ೯ ಭಾಗಗಳೆಲ್ಲ ಕೂಡಿ $\frac{೯}{೪}$. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕರಂತೆ ತಕ್ಕೊಂಡು ಹೊಂದಿಸಲು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತುವಾಗುವದು. ಆದ್ದರಿಂದ ೯ ರಲ್ಲಿ ೪

ರಂತೆ ಭಾಗ ಮಾಡಲು ೪) ೯ (೨; ೨ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳಾದವು ಮತ್ತು
೮
೧ ಕೆಳಗೆ ಉಳಿಯುವದು.
೧



∴ ೨ ಪೂರ್ಣ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ೧ ಉಳಿಯುವದು. ∴ ೨ ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತುಗಳಾಗಿ $\frac{೧}{೪}$ ವಸ್ತು ಉಳಿಯಿತಲ್ಲವೇ ?

∴ $\frac{೯}{೪}$ = ೨$\frac{೧}{೪}$ ∴ $\frac{೯}{೪}$ ರೂ. = ೨$\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ಇದರಿಂದ ಹೊರಡತಕ್ಕ

ನಿಯಮ: ವಿಷಮ ಅ. ವನ್ನು ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಛೇದದಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಬರುವ ಭಾಗಾಕಾರವೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗುವದು ಮತ್ತು ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವು ಅಂಶವಾಗಿಯೂ ಮೂಲ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಛೇದವು ಛೇದವಾಗಿಯೂ ಉಳಿಯುವವು.

ಉದಾ (೨):— $\frac{೩೬}{೧೨}$ ಫೂ. ಈ ವಿಷಮ ಅ. ಕ್ಕೆ ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪಕೊಡಿರಿ.

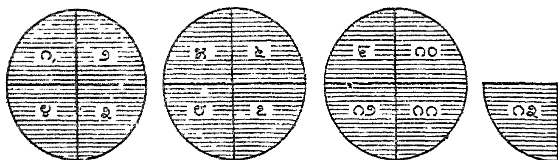
$\frac{೩೬}{೧೨}$ ವು ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವಿದ್ದು ಇದರ ಬೆಲೆ ೧ ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಇನ್ನು $\frac{೩೬}{೧೨}$ ಫೂ. ಅಂದರೇನು ? $\frac{೧}{೧೨}$ ಫೂ. ದಂಥ ೩೬ ತುಂಡುಗಳು ಮತ್ತು $\frac{೧}{೧೨}$ ಫೂ. = ೧ ಇ. ∴ $\frac{೩೬}{೧೨}$ ಫೂ. = ೩೬ ಇಂಚುಗಳು. ಇವುಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣ ಫೂಟುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ೩೬ ಕ್ಕೆ ೧೨ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.
∴ ೧೨) ೩೬ ಇ. (೩ ಫೂ. ∴ $\frac{೩೬}{೧೨}$ ಫೂ. = ೩ ಫೂ. ಇಲ್ಲಿ ಶೇಷವೇನೂ
೩೬ ಇರುವದಿಲ್ಲವಾದ್ದರಿಂದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗವೇ
.... ನೂ ಇಲ್ಲ; ಇದು ಕೇವಲ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ ಆಗಿದೆ.

∴ $\frac{೩೬}{೧೨}$ ಫೂ. = ೩ ಫೂ. ಈ ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೇಲಿಂದಲೂ ಮೇಲಿನ ನಿಯಮವೇ ಸಿದ್ಧವಾಗುವದು.

ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪಕೊಡುವದು.

ಉದಾ:— ೩$\frac{೧}{೪}$ ಇದನ್ನು ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿರಿ. ೩$\frac{೧}{೪}$ ಭಕ್ಕರಿ ಇದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವಾ. ೩$\frac{೧}{೪}$ ಭಕ್ಕರಿ ಅಂದರೆಷ್ಟು ? (೩ + $\frac{೧}{೪}$)

ಭಕ್ಕರಿಯಲ್ಲವೇ? ಅಂದರೆ ೩ ಪೂರ್ಣ ಭಕ್ಕರಿ ಮತ್ತು $\frac{೧}{೪}$ (ಗಿರ್ಧ) ಭಕ್ಕರಿ. ಇನ್ನು ೩ ಭಕ್ಕರಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಗಿರ್ಧದ ಭಾಗಗಳಾಗುವವು? ೧ ಭಕ್ಕರಿಯಲ್ಲಿ ೪ ಗಿರ್ಧಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ೩ ಭಕ್ಕರಿಗಳಲ್ಲಿ ೩ × ೪ = ೧೨ ಗಿರ್ಧದ ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇದಲ್ಲದೆ ಮೇಲಿನ ಇನ್ನೊಂದು ಗಿರ್ಧ. ∴ ಒಟ್ಟು ೧೨ + ೧ = ೧೩ ಗಿರ್ಧಗಳು; ಮತ್ತು ಒಂದು ಗಿರ್ಧವೆಂದರೆ $\frac{೧}{೪}$ ವೆಂಬುದು ತಿಳಿದ ವಿಷಯವು. ∴ ೧೩ ಗಿರ್ಧಗಳು = $\frac{೧೩}{೪}$. ∴ ೩$\frac{೧}{೪}$ ಭಕ್ಕರಿ = $\frac{೧೩}{೪}$ ಭಕ್ಕರಿ. (ಆಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ)



ನಿಯಮ:— ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ರೂಪ ಕೊಡಬೇಕಾದರೆ ಮೊದಲು ಛೇದದಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಬಂದ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಬಂದ ಬೇರೀಜನ್ನು ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಟ್ಟು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಛೇದವನ್ನೇ ಛೇದಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಡಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೧)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೧೦ ವರೆಗೆ)

ಕೆಳಗಿನ ಅ. ಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(೧) $\frac{೧೫}{೨}$, $\frac{೨೦}{೮}$ ಮತ್ತು $\frac{೧೬}{೫}$; (೨) $\frac{೩೭}{೪}$, $\frac{೩೦}{೭}$, $\frac{೨೪}{೫}$;

(೩) $\frac{೫೫}{೮}$, $\frac{೬೨}{೧೧}$, $\frac{೪೬}{೧೩}$; (೪) $\frac{೩೮}{೧೭}$, $\frac{೬೩}{೧೫}$, $\frac{೫೨}{೭}$;

ಕೆಳಗಿನ ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(೫) ೨$\frac{೩}{೮}$; (೬) ೩$\frac{೧}{೬}$; (೭) ೮$\frac{೧}{೩}$; (೮) ೧೨$\frac{೩}{೫}$;
(೯) ೧೧$\frac{೨}{೩}$; (೧೦) ೯$\frac{೫}{೮}$.

(೧೧) ೧೨/೮ + ೧೫/೮; ೭/೯ + ೧೩/೯; ೫/೧೬ + ೮/೧೧ + ೩/೧೧ ಇವುಗಳ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೨) ಕೆಳಗಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟ ಬಳಿಕ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ. ಮತ್ತು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಮಿಶ್ರ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

೩ ೧/೪ − ೩/೪; ೬ ೧/೫ + ೩/೫; ೫ ೧/೮ + ೩ ೨/೮; ೭ ೩/೪ − ೫ ೨/೪.

[ಕಡೆಯ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದೆ:— ೭ ೩/೪ = (೭×೪+೩)/೪ = ೩೧/೪; ೫ ೨/೪ = (೫×೪+೨)/೪ = ೨೨/೪ ಇವು ಸಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳು. ∴ ೭ ೩/೪ − ೫ ೨/೪ = ೩೧/೪ − ೨೨/೪ = (೩೧ − ೨೨)/೪ = ೯/೪; ೪) ೯ (೨ ∴ ೨ ೧/೪ ಉತ್ತರ.]

೮
―
೧

(೧೩) ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

೧೨೩/೧೬ ರೂ; ೧೩೫/೧೨ ತೊಲಿ; ೧೪೮/೨೦ ಪೌಂಡು; ೧೧೨/೨೬ ಯಾರ್ಡು.

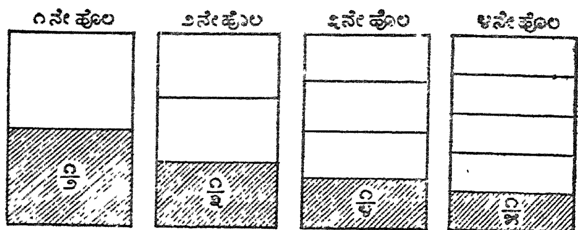
(೧೪) ಕೆಳಗಿನ ಅ. ಗಳನ್ನು ವಿಷಮ ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿರಿ.

೧೨ ೩/೧೬ ರೂ; ೯ ೧/೧೨ ಸ್ರು; ೧೩ ೫/೧೨ ವರ್ಷ; ೮ ೭/೨೪ ದಿವಸ.

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ತುಲನೆ

[ಭಾಗ ೧]

ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲ ಹೊಲಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿಯಾಗಿರುವವು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕರಿಕೆ ಹತ್ತಿದ ೧/೨, ೧/೩, ೧/೪, ೧/೫ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಿದೆ. (ಕಪ್ಪು ಭಾಗಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ) ಯಾವ ಹೊಲದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಕರಿಕೆ ಹತ್ತಿದೆ? ಯಾವದರಲ್ಲಿ ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಕರಿಕೆ ಇದೆ? ಕ್ರಮದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಕಡಿಮೆ ಕರಿಕೆಯುಳ್ಳ ಹೊಲಗಳಾವವು? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡುವದು ತೀರ ಸುಲಭ. ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಕೂಡಲೆ ಈ ಎಲ್ಲ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಹೊರಡುತ್ತದೆ.



ತೀರ ಹೆಚ್ಚು ಕರಿಕೆ ಹತ್ತಿದ ಭಾಗವೆಂದರೆ $\frac{೧}{೨}$ ಹೊಲ (೧ನೆಯ ಹೊಲದಲ್ಲಿ), ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಕರಿಕೆಯುಳ್ಳ ಭಾಗವೆಂದರೆ $\frac{೧}{೫}$ ಹೊಲ (೪ನೆಯ ಹೊಲದಲ್ಲಿ). ಕ್ರಮದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಕಡಿಮೆ ಕರಿಕೆಯುಳ್ಳ ಹೊಲಗಳೆಂದರೆ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯ ಕ್ರಮದಂತೆ ೧ನೆಯ, ೨ನೆಯ, ೩ನೆಯ, ೪ನೆಯ ಹೊಲಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ; ಮತ್ತು ಕರಿಕೆ ಹತ್ತಿದ ಭಾಗಗಳು $\frac{೧}{೨}$, $\frac{೧}{೩}$, $\frac{೧}{೪}$, $\frac{೧}{೫}$. ಈ ಭಾಗಗಳು ಕಡಿಮೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತ ಸಾಗಿವೆ. $\frac{೧}{೨}$ಕ್ಕಿಂತ $\frac{೧}{೩}$ ಕಡಿಮೆ; $\frac{೧}{೩}$ಕ್ಕಿಂತ $\frac{೧}{೪}$ ಕಡಿಮೆ, $\frac{೧}{೪}$ಕ್ಕಿಂತ $\frac{೧}{೫}$ ಕಡಿಮೆ ಎಂಬುದು ಆಕೃತಿಯಿಂದ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನು ಈ ಎಲ್ಲ ಅ. ಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೧}{೩}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೧}{೫}$ ಇವುಗಳ ಅಂಶಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿಯಿರುತ್ತವೆ. ಅದು, '೧' ಇದೆ. ಆದರೆ ಛೇದಗಳು ಮಾತ್ರ ೨, ೩, ೪, ೫ ಹೀಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತ ಹೋಗಿವೆ. ಛೇದಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುವದರಿಂದ ೧ ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಮಾಡತಕ್ಕ ಭಾಗಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗಲು ಉಂಟಾಗುವ ತುಂಡುಗಳು ಸಣ್ಣವಾಗುತ್ತವೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಈ ವಿವರಣೆಯಿಂದ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮ ಹೊರಡುತ್ತದೆ.

ನಿಯಮ:— ಅಂಶಗಳು ಸರಿಯಿದ್ದು ಛೇದಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತ ಹೋಗಲು, ಅಂಶಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ಕಡಿಮೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನೇ ಬೇರೊಂದು ಬಗೆಯಿಂದ ಹೇಳಬಹುದು:— **"ಅಂಶಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದ್ದು ಛೇದಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಗಲು ಅಂಶಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತವೆ."**

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ:— $\frac{೪}{೭}$ ರೂ. $\frac{೪}{೧೧}$ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ಹೆಚ್ಚು ?

ವಿವರಣೆ:— ೩ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ೩ ಚವಲಿಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. ೩ ಚವಲಿಗಳೆಂದರೆ ೬ ಆಣೆಗಳು.

∴ ೩/೮ ರೂ. = ೩ ಚವಲಿಗಳು ಅಥವಾ ೬ ಆಣೆಗಳು.

ಇನ್ನು ೩ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೬ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಅರ್ಧ ರೂಪಾಯಿ ಬರುತ್ತದೆ. ಅರ್ಧ ರೂ. ಅಂದರೆ ೮ ಆಣೆಗಳು.

∴ ೩/೬ ರೂ. = ೧ ಅರ್ಧ ರೂ. = ೮ ಆಣೆಗಳು.

∴ ೩/೬ ರೂ. ಯು ೩/೮ ರೂ. ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎಂಬುದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

೩/೧೯; ೪/೧೯; ೫/೧೯; ೬/೧೯; ೭/೧೯ ಈ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳು ಸರಿಯಾಗಿರುವದರಿಂದ ಇವು ಸಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ತೀರ ಸಣ್ಣದು? ಯಾವದು ತೀರ ದೊಡ್ಡದೆಂಬದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು ತೀರ ಸುಲಭವಾಗಿದೆ. ಯಾವದಲ್ಲಿ ೧/೧೯ ದಂಥ ಭಾಗಗಳು ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತವೆಯೋ ಅದೇ ದೊಡ್ಡದು, ಮತ್ತು ಯಾವದರಲ್ಲಿ ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಭಾಗಗಳಿರುತ್ತವೆಯೋ ಅದೇ ಸಣ್ಣದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ೭/೧೯ವು ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡದು. ೩/೧೯ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣದು. ಇನ್ನು ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಿಂದ ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬೇಕಾದರೆ ೭/೧೯; ೬/೧೯; ೫/೧೯; ೪/೧೯; ೩/೧೯ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬೇಕು. ಇವನ್ನೇ ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವದಾದರೆ ೩/೧೯; ೪/೧೯; ೫/೧೯; ೬/೧೯ ಮತ್ತು ೭/೧೯ ಎಂದು ಬರೆಯಬೇಕು. ಮೇಲಿನ ವಿವರಣೆಯಿಂದ ಹೊರಡುವ ನಿಯಮವೆಂದರೆ:— **"ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿಯಾಗಿರುವ ಛೇದಗಳುಳ್ಳ ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶವು ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡದಿರುತ್ತದೋ ಅದೇ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವು ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡದು."**

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೨)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೫)

ಕೆಳಗಿನ ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ತೀರ ದೊಡ್ಡ, ಮತ್ತು ತೀರ ಸಣ್ಣ ಅ. ಗಳಾವವು?

(೧) ೨/೧; ೨/೭; ೨/೫; ೨/೩ ಮತ್ತು ೨/೯; ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(೨) ೭/೮; ೪/೮; ೫/೮; ೨/೮; ೩/೮ ಇವುಗಳನ್ನು ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

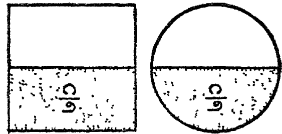
(೩) ೫/೧೨, ೫/೮, ೫/೬, ೫/೭ ಮತ್ತು ೫/೧೧ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ತೀರ ಸಣ್ಣದು ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದು ಯಾವವು ? ಹೇಳಿರಿ.

(೪) ೮/೧೫; ೯/೧೫; ೧೧/೧೫; ೨/೧೫ ಇವನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ.

(೫) ಬಳವಂತರಾಯರು ತಮ್ಮ ಆಸ್ತಿಯ ೫/೧೨ ಭಾಗ ಮಗನಿಗೂ, ೪/೧೨ ಮಗಳಿಗೂ ಮತ್ತು ೩/೧೨ ಭಾಗವನ್ನು ಹೆಂಡತಿಗೂ ಕೊಟ್ಟರೆ ಯಾರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಆಸ್ತಿ ದೊರೆಯಿತು ? ಮತ್ತು ಯಾರಿಗೆ ತೀರ ಕಡಿಮೆ ಭಾಗ ಸಿಕ್ಕಿತು?

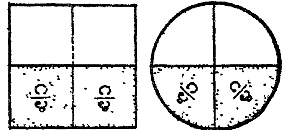
ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗದಂತೆ, ಅ. ಗಳ ರೂಪವನ್ನು ಬದಲಿಸುವದು

ಇವು ಒಂದೊಂದು ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತುಗಳು.



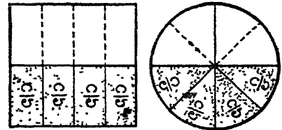
ಈ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ. ಮತ್ತು ಗುರ್ತಿಸಿದ ಭಾಗದ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.

ಇದು ೧/೨ ವಸ್ತು.



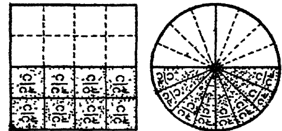
ಇಲ್ಲಿ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಭಾಗ ೧/೨ ಇದ್ದು ಆದರಲ್ಲಿ ೧/೪ ಭಾಗದಂಥವು ೨ ಇರುತ್ತವೆ.

∴ ೧/೨ ವಸ್ತು = ೨/೪ ವಸ್ತು.



ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಭಾಗ ೧/೨; ಆದರಲ್ಲಿ ೧/೮ ದಂಥ ೪ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

∴ ೧/೨ ವಸ್ತು = ೪/೮ ವಸ್ತು.



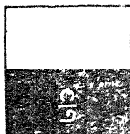
೧/೨ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ್ದು ಆದರಲ್ಲಿ ೧/೧೬ ದಂಥ ೮ ಭಾಗಗಳಿರುತ್ತವೆ.

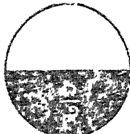
∴ ೧/೨ ವಸ್ತು = ೮/೧೬ ವಸ್ತು.

∴ ಈ ಎಲ್ಲ ಆಕೃತಿಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯುವದೇನಂದರೆ ೧/೨ ವಸ್ತು = ೨/೪ ವಸ್ತು = ೪/೮ ವಸ್ತು = ೮/೧೬ ವಸ್ತು.

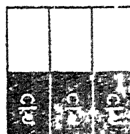
ಮೇಲಿನಂತೆ ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

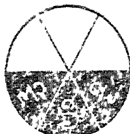
೧ ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತು   ೧ ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತು





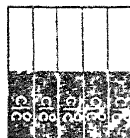
ಇಲ್ಲಿ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಭಾಗ=೧/೨ ವಸ್ತು

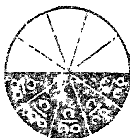




ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಭಾಗವಾದ ೧/೨ ದಲ್ಲಿ ೧/೬ ದಂಥ ೩ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

∴ ೧/೨ ವ. = ೩/೬ ವಸ್ತು.





ಮೇಲಿನಂತೆ ಗುರ್ತುಮಾಡಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅಂದರೆ ೧/೨ ದಲ್ಲಿ ೧/೧೦ ದಂಥ ೫ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ∴ ೧/೨ = ೫/೧೦ ವಸ್ತು.

∴ ಎಲ್ಲ ಆಕೃತಿಗಳಿಂದ ನೋಡಲು ೧/೨ ವಸ್ತು=೩/೬ ವಸ್ತು=೫/೧೦ ವಸ್ತು.

ಈ ಎಲ್ಲ ಆಕೃತಿಗಳಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿಯುವದೇನಂದರೆ:—

ಮೂಲ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದ ೧/೨ ದ ಅಂಶ ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ ಒಂದೇ ಪಟ್ಟಿನಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿಸಲು ಉಂಟಾಗುವ ಹೊಸ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವು ಮೊದಲಿನ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕಿಂತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದರೂ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿಲ್ಲ. ಇದರ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣವನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

೧/೨ ವಸ್ತು = (೧×೨)/(೨×೨) = ೨/೪ ವ.; ೧/೨ ವ.=(೧×೩)/(೨×೩)=೩/೬ ವ.; ೧/೨ ವ. = (೧×೪)/(೨×೪)=೪/೮ ವ. ೧/೨ ವ. = (೧×೫)/(೨×೫) ವ.=೫/೧೦ ವಸ್ತು ಇತ್ಯಾದಿಗಳು. ಇಲ್ಲಿ, ಬಲಗಡೆಯಲ್ಲಿ ಬಂದಿರುವ ಅ. ಗಳು ಭಿನ್ನರೂಪದ ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೂ (ಛೇದಗಳು ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದರೂ) ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಅ. ಗಳು ೧/೨ ಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ನಿಯಮದ ಪುಷ್ಟೀಕರಣಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಳಗಿನ ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

೧/೨ ರೂ. = ೧ ಅರ್ಧ ರೂ.
೧/೪ ರೂ. = ೧ ಪಾವಲಿ
೧/೮ ರೂ. = ೧ ಚವಲಿ
೧/೧೬ ರೂ. = ೧ ಆಣೆ

ಇವೆಲ್ಲ ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದ್ದ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ. ಇದಲ್ಲದೆ ೧/೨ ರೂ. = ೧ ಅರ್ಧ ರೂ. = ೨ ಪಾವಲಿಗಳು. ∴ = ೨/೪ ರೂ. ಮತ್ತು ೧/೨ ರೂ. = ೪ ಚವಲಿಗಳು. ∴ = ೪/೮ ರೂ. ೧/೨ ರೂ. = ೮ ಆಣೆಗಳು. ∴ = ೮/೧೬ ರೂ. ∴ ೧/೨ ರೂ. = ೨/೪ ರೂ. = ೪/೮ ರೂ. = ೮/೧೬ ರೂ. ಎಂಬುದು ಸಿದ್ಧವಾಯಿತು. ಈ ವಿವರಣೆಯಿಂದ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೊರಡಿಸಬಹುದು.

ನಿಯಮ:– ಯಾವದೊಂದು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಹೊಸ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಸಿದ್ಧಮಾಡಲು ಅದರ ಬೆಲೆಯು ಮೂಲ ಅ. ದ ಬೆಲೆಯಷ್ಟೇ ಇರುವದು.

ಮಾದರಿಯ ಉದಾ (೧):— ೧/೩ ತಾಸಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಛೇದವು ೬೦ ಬರುವಂತೆ ಬರೆಯಿರಿ. ಅಂದರೆ ೧/೩ ತಾ. = /೬೦ ತಾ. ಇಲ್ಲಿ ಸಮಚಿಹ್ನದ ಬಲಗಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬರುವದೆಂಬದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಮೇಲಿನ ನಿಯಮದಂತೆ ಮೂಲ ಅ. ದ ಛೇದವಾದ ೩ಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ೬೦ ಬರುವದು? ಅದಕ್ಕೆ (೬೦ ÷ ೩ =) ೨೦ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕಾಗುವದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂಲ ೧/೩ ಅ. ದ ಅಂಶಕ್ಕಾದರೂ ೨೦ರಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸಬೇಕಾಗುವದು. ಅಂದರೆ ೧ × ೨೦ = ೨೦ ಇದೇ ಬಲಗಡೆಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶವು.

∴ ೧/೩ ತಾ. = (೧×೨೦)/(೩×೨೦) = ೨೦/೬೦ ತಾಸು.

ಅಥವಾ

೧/೩ ತಾ. = ೨೦ ಮಿ. ∴ ೨೦ ಮಿ. = ೨೦/೬೦ ತಾಸು.

ಮಾದರಿಯ ಉದಾ (೨):— ೩/೪ ಫೂ. = ೯/ ಬಲಗಡೆಯ ಅ. ದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಛೇದವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶವಾದ ೩ಕ್ಕೆ ಯಾವ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಬಲಗಡೆಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶ ೯ ಬರುವದು?

($೯ \div ೩ =$) ೩ ರಿಂದಲ್ಲವೇ ? ಹಾಗಾದರೆ ಬಲಗಡೆಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಛೇದವು ದೊರೆಯಬೇಕಾದರೆ ಕೊಟ್ಟ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಛೇದಕ್ಕಾದರೂ ೩ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

∴ $\frac{೩}{೪}$ ಫೂ. = $\frac{೩ \times ೩}{೪ \times ೩}$ = $\frac{೯}{೧೨}$ ಫೂ. [ಇನ್ನು $\frac{೩}{೪}$ ಫೂ. = ೯ ಇಂ. ಮತ್ತು ೧ ಇಂ. = $\frac{೧}{೧೨}$ ಫೂ. ∴ $\frac{೩}{೪}$ ಫೂ. = $\frac{೯}{೧೨}$ ಫೂ. ಎಂಬುದನ್ನು ಮನಗಂಡಂತಾಯಿತು.] ∴ ತುಂಬಬೇಕಾದ ಛೇದವು ೧೨ ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೩)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೧೦)

(೧) $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ಅಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಹದಿನಾರನೆಯಂಶ ರೂಪಾಯಿ ?

(೨) $\frac{೧}{೫}$ ಪೌಂಡು ಅಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಇಪ್ಪತ್ತನೆಯಂಶ ಪೌಂಡು ?

(೩) $\frac{೫}{೬}$ ದಿವಸ = $\frac{}{೨೪}$ ದಿವಸ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಶವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೪) $\frac{೧}{೮}$ ಮಣವೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ನಾಲ್ವತ್ತನೆಯಂಶ ಮಣ ?

(೫) $\frac{೫}{೧೨}$ ತೊಲಿ = $\frac{}{೬೦}$ ತೊಲಿ. ಅಂಶದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೬) ೨ ದಿವಸ = $\frac{}{೨೪}$ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಶವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ೪ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿಯ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಶ ಛೇದಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೭) $\frac{೩}{೫}$ ಪೌಂಡು = $\frac{೧೨}{}$ ಪೌಂ. (೮) $\frac{೩}{೮}$ ರೂ. = $\frac{೨೪}{}$ ರೂ.

(೯) $\frac{೫}{೬}$ ಯಾರ್ಡು = $\frac{೩೦}{}$ ಯಾ. (೧೦) $\frac{೩}{೫}$ ರೂ. = $\frac{೪೮}{}$ ರೂ.

(೧೧) $\frac{೫}{೮}$ = $\frac{೧೦}{೧೬}$ = $\frac{೧೫}{೨೪}$ ವೆಂಬದನ್ನು ಆಕೃತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ತೋರಿಸಿರಿ.

(೧೨) $\frac{೨}{೫}$ = $\frac{೮}{೨೦}$ = $\frac{೧೨}{೩೦}$ ವೆಂಬದನ್ನು ಒಂದು ಕಾಗದದ ತುಂಡನ್ನು ಮಡಿಚಿ ತೋರಿಸಿರಿ.

(೧೩) $\frac{೭}{೧೦}$ = $\frac{೨೧}{}$ = $\frac{}{೫೦}$ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೧೪) $\frac{೯}{೫}$ = $\frac{೨೭}{}$ = $\frac{}{೨೫}$ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೧೫) $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೫}{೬}$; $\frac{೨}{೩}$; $\frac{೭}{೧೨}$ ಇವುಗಳ ಛೇದವು ೨೪ ಬರುವಂತೆ ಬದಲಿಸಿರಿ.

(೧೬) $\frac{೧೫}{೨೪}$; $\frac{೨}{೫}$; $\frac{೭}{೪}$; $\frac{೮}{೧೫}$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಛೇದವು ೧೨೦ ಬರುವಂತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡುವದು.
(ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ವಿವರಣೆ)

೧ ಪೂರ್ಣ ವಸ್ತು

ಇಲ್ಲಿ ೧೬ ರಲ್ಲಿ ೮ ಭಾಗಗಳು ಗುರ್ತು ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

∴ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಭಾಗ = $\frac{೮}{೧೬}$.

೧೬	೧೫	೧೪	೧೩	೧೨	೧೧	೧೦	೯
೧	೨	೩	೪	೫	೬	೭	೮

ಇಲ್ಲಿ ೮ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ೪ ಭಾಗಗಳು ಆರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ.

∴ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಭಾಗವೆಂದರೆ $\frac{೪}{೮}$.

೮	೭	೬	೫
೧	೨	೩	೪

ಒಟ್ಟು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ೪ ಸರಿಯಾದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನ್ನು ಮಾತ್ರ ಗುರ್ತಿಸಿದೆ.

∴ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಭಾಗ = $\frac{೨}{೪}$.

೪	೩
೧	೨

ಒಟ್ಟುಒಂದುವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ೨ ಸರಿಯಾದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ೧ ನ್ನು (ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ) ಮಾತ್ರ ಗುರ್ತಿಸಿದೆ.

∴ ಅದು $\frac{೧}{೨}$ ಭಾಗವು.

೨
೧

ಈ ಎಲ್ಲ ಆಕೃತಿಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿ ಇದ್ದುದಲ್ಲದೆ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಭಾಗಗಳಾದರೂ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿಯಿರುತ್ತವೆ.

∴ $\frac{೮}{೧೬}$ಭಾ. = $\frac{೪}{೮}$ಭಾ. = $\frac{೨}{೪}$ಭಾ. = $\frac{೧}{೨}$ಭಾ. ಎಂದು ಸಿದ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನು ಮೂಲ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದ $\frac{೮}{೧೬}$ಭಾ. ದಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾದ ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅ.ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ತಯಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂಬದನ್ನು ನೋಡುವಾ. $\frac{೮}{೧೬}=\frac{೪}{೮}$ ಇಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಅ. ದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳು ೮, ೧೬ ಇದ್ದು ಅದಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾದ ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದ $\frac{೪}{೮}$ದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳು ೪, ೮

ಇರುತ್ತವೆ. ಈ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಿಗೂ ಮೂಲದ ಅಂಶ ಛೇದಗಳಿಗೂ ಯಾವ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೆಂಬದನ್ನು ವಿಚಾರಿಸಿರಿ. ಹೊಸ ಅ. ದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಾದ ೪, ೮ ಗಳು ಮೂಲ ಅ. ದ ಅಂಶ ಛೇದಗಳಾದ ೮, ೧೬ ಗಳ ಅರ್ಧ ವಿರುತ್ತವಲ್ಲವೆ ?

ಅಂದರೆ $\frac{೮}{೧೬} = \frac{೮ \div ೨}{೧೬ \div ೨} = \frac{೪}{೮}$ ಆದರಂತೆ $\frac{೮}{೧೬}$ ದಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾದ $\frac{೨}{೪}$ ಮತ್ತು $\frac{೧}{೨}$ ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯಬೇಕೆಂಬದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

$$\frac{೮}{೧೬} = \frac{೮ \div ೪}{೧೬ \div ೪} = \frac{೨}{೪} \text{ ಮತ್ತು } \frac{೮}{೧೬} = \frac{೮ \div ೮}{೧೬ \div ೮} = \frac{೧}{೨}$$

ಇನ್ನು ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ರೀತಿಯಿಂದ ಇದರ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಣವೇನೆಂಬದನ್ನು ನೋಡುವಾ.

ಉದಾ:— ನನ್ನ ಹತ್ತರ ೮ ಆಣೆಗಳಿವೆ; ಅವುಗಳ ಬದಲು ಎಷ್ಟು ಚವಲಿಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ ? ೪ ಚವಲಿಗಳಲ್ಲವೇ ? ಆದರಂತೆ ೮ ಆಣೆಗಳ ಬದಲು ೨ ಪಾವಲಿಗಳು ಅಥವಾ ೧ ಅರ್ಧ ರೂಪಾಯಿಯೂ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

ಮತ್ತು ೮ ಆ. = $\frac{೮}{೧೬}$ ರೂ; ೪ ಚ. = $\frac{೪}{೮}$ ರೂ, ೨ ಪಾ. = $\frac{೨}{೪}$ ರೂ. ೧ ಅರ್ಧ ರೂ. = $\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ.

$\therefore$ $\frac{೮}{೧೬}$ ರೂ. = $\frac{೪}{೮}$ ರೂ. = $\frac{೨}{೪}$ ರೂ. = $\frac{೧}{೨}$ ರೂ.

ಇದರಿಂದ ಹೊರಡುವದೇನೆಂದರೆ:—

ನಿಯಮ:— ಯಾವದೊಂದು ಅ. ದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಸಿದ್ಧವಾಗುವ ಹೊಸ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವು ಕೊಟ್ಟ ಅ. ಕ್ಕೆ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಸರಿಯಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅದರ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಣ್ಣ ಅಂಕಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಈ ನಿಯಮದಿಂದ ಒಮ್ಮೊಮ್ಮೆ (ಬೇಕಾದಾಗ್ಗೆ) ಕೊಟ್ಟ ಅ. ದ ಅಂಶ ಛೇದಗಳನ್ನು ಯೋಗ್ಯವಾದ ಅಂಕಿಯ ಭಾಗಾಕಾರದಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಸಣ್ಣ ಸ್ವರೂಪಕ್ಕೆ ತರಬಹುದಾಗಿದೆ. ಹಾಗೆ ಮಾಡುವದಕ್ಕೆ 'ಅತಿಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡುವದು' ಎನ್ನುವರು. ಆದ್ದರಿಂದ ಅತಿಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡುವದಾದಲ್ಲಿ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಪೂರ್ಣ ಭಾಗ ಹೋಗತಕ್ಕ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ

ಸಂಖ್ಯೆ (ದೃಢಭಾಜಕ) ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಆದರೆ ದೃಢಭಾಜಕವನ್ನು ಗೊತ್ತು ಹಚ್ಚಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕೆಂಬ ನಿಯಮವಿಲ್ಲ. ಕ್ರಮ ಕ್ರಮದಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತ ಹೋದರೂ ನಡೆಯುವದು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— (೧) $\frac{೨೧}{೩೫}$ ಇದಕ್ಕೆ ಅತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

ಈ ಅ. ದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಾದ ೨೧, ೩೫ ಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣ ಭಾಗ ಹೋಗುವ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾವದು? ೭ ಅಲ್ಲವೆ? ಆದರಿಂದ ಎರಡನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಿರಿ. $\therefore \frac{೨೧}{೩೫} = \frac{೨೧ \div ೭}{೩೫ \div ೭} = \frac{೩}{೫}$ ಇಲ್ಲಿ ೭ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಕೃತಿಯನ್ನು ಬೇರೊಂದು ಬಗೆಯಿಂದ ಮಾಡುವರು. ಹೇಗೆಂದರೆ:—

$$\frac{೨೧}{೩೫} = \frac{\overset{೩}{\cancel{೨೧}}}{\underset{೫}{\cancel{೩೫}}} = \frac{೩}{೫}$$ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಬಾಯಿಂದಲೇ ಭಾಗಿಸಿ (೭ರಿಂದ) ಉತ್ತರಗಳಾದ ೩, ೫ ಇವುಗಳನ್ನು ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಾದ ೨೧, ೩೫ನ್ನು ಕಾಟ ಹಾಕಿ ಅವುಗಳ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವರು. ಇದಕ್ಕೆ "ಕಡಿತ ಹೊಡೆಯುವದು" ಎನ್ನುವರು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— (೨) $\frac{೧೨೬}{೧೪೪}$ಕ್ಕೆ ಅತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

ಅಂಶ, ಛೇದಗಳು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಮೊದಲು ಅವುಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅವುಗಳಿಂದ 'ಕಡಿತ' ಹೊಡೆಯುವದು.

$\therefore$ ಅಂಶ = ೧೨೬ = ೭ × ೧೮;
ಛೇದ = ೧೪೪ = ೮ × ೧೮;

ಅಥವಾ $\frac{೧೨೬}{೧೪೪} = \frac{೭}{೮}$, ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವವಾದ ೧೮ = ೨ × ೯ ಇರುವದರಿಂದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಿಗೆ ಒಮ್ಮೆ ೨ ರಿಂದಲೂ ಬಂದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ೯ ರಿಂದಲೂ ಕಡಿತ ಹೊಡೆಯಬಹುದು.

$\therefore \frac{೧೨೬}{೧೪೪} = \frac{೭ \times ೧೮}{೮ \times ೧೮} = \frac{೭}{೮}$ $\therefore$ ೧೮ರಿಂದ ಕಡಿತ ಹೊಡೆಯಲು $= \frac{೭}{೮}$ವು ಅತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪದ್ದು. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೪) (ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ರಿಂದ ೫)

(೧) $\frac{೧೨}{೧೬}$ ರೂ. ಇದರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು? ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪಕೊಟ್ಟು ಹೇಳಿರಿ?
(೨) $\frac{೩೦}{೬೦}$ ಪೌಂಡಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಣ್ಣ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ.

(೩) $\frac{೧೬}{೨೪}$ ಹೊಲವೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಆರನೆಯಂಶ ಹೊಲ ?

(೪) $\frac{೪೫}{೩೦}$ ತಿಂಗಳವೆಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಹತ್ತನೆಯಂಶ ತಿಂಗಳ ?

(೫) $\frac{೬}{೨೪}$ ದಸ್ತಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೀರ ಸಣ್ಣ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರಿ.

(೬) $\frac{೭೨}{೧೨೦}$ ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

ಕೆಳಗಿನ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(೭) $\frac{೬೦}{೭೫}$. (೮) $\frac{೪೮}{೧೪೪}$. (೯) $\frac{೧೨೫}{೨೨೫}$. (೧೦) $\frac{೫೧೨}{೭೬೮}$.

(೧೧) $\frac{೧೬೮}{೧೯೨}=\frac{\ }{೬೪}=\frac{೨೮}{\ }=\frac{\ }{೧೬}$ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೧೨) $\frac{೧೮೦}{೪೩೨}=\frac{೬೦}{\ }=\frac{೧೫}{\ }=\frac{\ }{೨೪}$ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(೧೩) $\frac{೪೨}{\ }=\frac{\ }{೨೪೫}=\frac{೨೧೦}{೭೩೫}=\frac{\ }{೧೦೫}$ ಬಿಟ್ಟ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ

(೧೪) $\frac{೬೬}{೧೦೮}$; $\frac{೯೬}{೧೪೪}$ ಗಳ ಛೇದಗಳು ೧೮ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಿ, ಯಾವದು ದೊಡ್ಡದೆಂಬದನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೧೫) $\frac{೧೦೦೮}{೭೨೦}$; $\frac{೨೫೨}{೨೮೮}$ ಗಳಿಗೆ ಅತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಡುವದು

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ತುಲನೆ (ಭಾಗ ೨)

ಉದಾ:— (೧) ಕಾಗದಕ್ಕಾಗಿ ಶಂಕರನು $\frac{೩}{೧೬}$ರೂ. ಶರದನು $\frac{೫}{೧೬}$ರೂ. ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದರೆ ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು ?

ಇಲ್ಲಿ $\frac{೩}{೧೬}$ ರೂ. ಮತ್ತು $\frac{೫}{೧೬}$ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ದೊಡ್ಡದೆಂಬದನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದ್ದು $\frac{೫}{೧೬}$ದ ಅಂಶವು $\frac{೩}{೧೬}$ದ ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಿರುವದರಿಂದ $\frac{೫}{೧೬}$ ವು $\frac{೩}{೧೬}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು. ∴ ಶರದನೇ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು. ಆದರಂತೆ

ಉದಾ:— (೨) ವಸಂತ, ಹೇಮಂತ ಇಬ್ಬರೂ ೧ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪುಸ್ತಕದ $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೩}{೫}$ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಓದುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ಇವರಿಬ್ಬರಲ್ಲಿ ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಓದಿದಂತಾಯಿತು ?

ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೩}{೫}$ ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ದೊಡ್ಡದೆಂಬದನ್ನು ಹುಡುಕಬೇಕು ? ಈ ಅ. ಗಳ ಅಂಶಗಳು ಸರಿಯಿದ್ದು $\frac{೩}{೪}$ದ ಛೇದವಾದ ೪, $\frac{೩}{೫}$ದ ಛೇದ

ವಾದ ೫ ಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣದಿರುವದರಿಂದ $\frac{೩}{೪}$ ಭಾಗವು $\frac{೩}{೫}$ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಿರುತ್ತದೆ. ∴ ವಸಂತನೇ ಹೆಚ್ಚು ಓದಿದಂತಾಯಿತು. ಈ ಎರಡೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡಲು:—

೧ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ತುಲನೆ ಮಾಡತಕ್ಕ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳು ಸರಿಯಿವೆ.

೨ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ತುಲನೆ ಮಾಡತಕ್ಕ ಅ. ಗಳ ಅಂಶಗಳು ಸರಿಯಿವೆ.

ಇನ್ನು ಅಂಶ ಛೇದಗಳೆರಡೂ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿಯಾಗಿರದಂಥ ಅ. ಗಳ ತುಲನೆ ಹೇಗೆ ಮಾಡಬೇಕೆಂಬದನ್ನು ವಿಚಾರಿಸುವಾ.

ಉದಾ:— ಸಾವಿತ್ರಿಯು ಒಂದು ಗೊಂಬೆಯನ್ನು $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. ಗೂ ಸುಮಿತ್ರೆಯು ಅಂಥದನ್ನೇ $\frac{೫}{೬}$ ರೂ. ಗೂ ಕೊಂಡರು. ಆದರೆ ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಬೆಲೆ ಕೊಡಬೇಕಾಯಿತು?

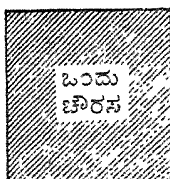
ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. $\frac{೫}{೬}$ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ದೊಡ್ಡದೆಂಬದನ್ನು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಅ. ಗಳು ಭಿನ್ನ ಜಾತಿಯವಿದ್ದು ಅಂಶಗಳು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುವದರಿಂದ ಮೇಲಿನಂತೆ ಒಮ್ಮೆಲೆ ಅವುಗಳ ತುಲನೆ ಮಾಡುವದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಅದರಿಂದ ಮೊದಲು ಆ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲವೆ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸಮ ಮಾಡಬೇಕಾಗುವದು. ಹಾಗೆ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕಾಗುವದು. ಮೇಲಿನ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳು ೮, ೬ ಇದ್ದು ಇವುಗಳಿಗೆ ಯಾವ ಯಾವ ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಗುಣಾಕಾರಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸರಿಯಾಗುವವು? ಸರಿಯಾಗಿರುವ ಆ ಗುಣಾಕಾರಗಳಿಗೆ ೮, ೬ ಇವುಗಳಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಗುಣಾಕಾರಗಳು ೮, ೬ ಇವುಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂಥ ಅನೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲೊಂದು ಆಗಿರಬೇಕು. ಅಂಥ ಸಂಖ್ಯೆಯು ತೀರ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವದು ಹೆಚ್ಚು ಯೋಗ್ಯವು. ಅಂಥ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದರೆ ೮, ೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾಜ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆಂಬದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

∴ ೮, ೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. = ೨೪ ಇದ್ದು ೮ಕ್ಕೆ ೩ ರಿಂದಲೂ, ೬ಕ್ಕೆ ೪ ರಿಂದಲೂ ಗುಣಿಸಲಾಗಿ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೨೪ ಬರುವದು.

∴ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. $= \frac{೭\times೩}{೮\times೩} = \frac{೨೧}{೨೪}$ ರೂ. ಮತ್ತು $\frac{೫}{೬}$ ರೂ. $= \frac{೫\times೪}{೬\times೪} = \frac{೨೦}{೨೪}$ ರೂ.

∴ ಈಗ ೭/೮ ರೂ. ಮತ್ತು ೫/೬ ರೂ. ಗಳು ಸಮಛೇದಗಳುಳ್ಳ ೨೧/೨೪ ರೂ. ೨೦/೨೪ ರೂ. ಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಹೊಸ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಜಾತಿಯವಿರುವದರಿಂದ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದರ ಅಂಶವು ದೊಡ್ಡದಿದೆಯೋ ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ ದೊಡ್ಡದೆಂಬ ನಿಯಮವು ನಿಮಗೆ ಈ ಮೊದಲೇ ತಿಳಿದಿದೆ.

∴ ೨೧/೨೪ ರೂ., ೨೦/೨೪ ರೂ. ಇವುಗಳ ಅಂಶಗಳಾದ ೨೧, ೨೦ ಗಳಲ್ಲಿ ೨೧ ದೊಡ್ಡದಿರುವದರಿಂದ ೨೧/೨೪ ರೂ. ಯು ೨೦/೨೪ ರೂ. ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ೭/೮ ರೂ. ಯು ೫/೬ ರೂ ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು.



ಆಕೃತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ಮಾತನ್ನು ಮನಗಾಣಬಹುದು.

ಸರಿಯಾಗಿರುವ ಎರಡು ಚೌರಸಾಕಾರದ ಕಾಗದಗಳಲ್ಲಿ ಬಸವನು ೭/೮ ಭಾಗವನ್ನೂ ಶಂಕರನು ೫/೬ ಭಾಗವನ್ನೂ ತಕ್ಕೊಂಡರು. ಯಾರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಗದವು ದೊರೆತಂತಾಯಿತು.

೧ನೆಯ, ೨ನೆಯ ಚೌರಸಗಳಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಿದ ಭಾಗಗಳು ಬಸವ ಮತ್ತು ಶಂಕರ ಇವರು ತಕ್ಕೊಂಡ ಕಾಗದಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ.

ಎರಡೂ ಚೌರಸಗಳಲ್ಲಿ (೩ ಮತ್ತು ೪) ಸರಿಯಾಗಿ (೮, ೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ.=) ೨೪ ಭಾಗಗಳಾಗುವಂತೆ ರೇಷೆಗಳನ್ನೆಳೆದಿದೆ. ಚೌರಸದ ೭/೮ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ೨೧, ಮತ್ತೊಂದು ಚೌರಸದ ೫/೬ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ೨೦ ಮನೆಗಳುಂಟಾಗಿರುತ್ತವೆ. (ಆಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ.) ಎರಡರಲ್ಲಿಯೂ ಸಣ್ಣ ಚೌಕ ಮನೆಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು

ಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ೧/೧೪ ಚೌರಸ ಇರುತ್ತದೆ. ∴ ೧ನೆಯ ಚೌರಸದ ೨/೭ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ೨ನೆಯ ಚೌರಸದ ೩/೧೪ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ೧ ಸಣ್ಣ ಮನೆ (೧/೧೪ ಚೌರಸ) ಹೆಚ್ಚಿಗಿದೆ.

∴ ೨/೭ ಭಾಗವು ೩/೧೪ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಎರಡೂ ಪ್ರಕಾರಗಳ ವಿವರಣೆಯಿಂದ ಒಂದು ನಿಯಮವನ್ನು ಹೊರಡಿಸಬಹುದು.

ನಿಯಮ:– ಭಿನ್ನ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ತುಲನೆ ಮಾಡುವದಾದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳು ಸಮವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಯೋಗ್ಯ ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಛೇದಗಳು ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ದಷ್ಟು ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಅಂದರೆ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆ ಆಗದೆ ಛೇದಗಳು ಸಮವಾಗುವವು.

ಆ ಮೇಲೆ ಹೊಸ ಅ. ಗಳನ್ನು ಹಿಂದೆ ಹೇಳಿದ ನಿಯಮದಂತೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಬೇಕು. ಈ ನಿಯಮವು ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕಾದರೆ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ (೧):— ಒಂದು ಹೊಲದಲ್ಲಿ ೩/೧೦ ಭಾಗ ಜೋಳವನ್ನೂ ೨/೩ ಭಾಗ ಸಜ್ಜೆಯನ್ನೂ ಬಿತ್ತಿದೆ. ಆದರೆ ಯಾವ ಪೈರು ಹೆಚ್ಚು ಬಿತ್ತಿದಂತಾಯಿತು ?

ವಿವರಣೆ:— ೩/೧೦ ಭಾಗ ಮತ್ತು ೨/೩ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ದೊಡ್ಡದೆಂಬದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳು ಸರಿಯಾಗಿರುವದಿಲ್ಲ; ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ಛೇದಗಳಾದ ೧೦, ೩ ಇವುಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ತೆಗೆಯಬೇಕು. ಲ. ಸಾ. ಭಾ. = ೩೦ ಇದೆ.

∴ ಹೇಳಿದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಛೇದಗಳೆಲ್ಲ ೩೦ ಬರುವಂತೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ೧೦ ಕ್ಕೆ ೩ ರಿಂದ ಮತ್ತು ೩ ಕ್ಕೆ ೧೦ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ೩೦ ಬರುತ್ತದೆಂಬದು ಸಹಜವಾಗಿ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

∴ $\frac{೩}{೧೦}$ ಭಾ. = $\frac{೩\times೩}{೧೦\times೩}$ = $\frac{೯}{೩೦}$ ಭಾ. ಮತ್ತು $\frac{೧}{೩}$ ಭಾ. = $\frac{೧\times೧೦}{೩\times೧೦}$ = $\frac{೧೦}{೩೦}$ ಭಾ.

∴ $\frac{೩}{೧೦}$, $\frac{೧}{೩}$ ಗಳ ಬದಲು $\frac{೯}{೩೦}$ ಮತ್ತು $\frac{೧೦}{೩೦}$ ಗಳಾದವು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ $\frac{೧೦}{೩೦}$ ವೇ ದೊಡ್ಡದೆಂಬದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ.

∴ $\frac{೧}{೩}$ ಭಾಗವು $\frac{೩}{೧೦}$ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಅಂದರೆ ಸೆಜ್ಜೆಯನ್ನೇ ಹೆಚ್ಚು ಬಿತ್ತಿದೆ. ಉತ್ತರ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ (೨):— ೫ ಮೈಲು ಓಟದ ಜಿದ್ದಿನಲ್ಲಿ ರಮೇಶ, ರಾಘವ ಮತ್ತು ವೆಂಕಟೇಶರು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{೩}{೪}$, $\frac{೪}{೫}$, $\frac{೧೦}{೧೩}$ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಓಡಿದರು. ಆದರೆ ಇವರಲ್ಲಿ ಯಾರು ಮೊದಲಿನ ನಂಬರು ಪಡೆದರು ? (ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿಮಾಡಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.)

ರೀತಿ:— ಈ ಮೂವರಲ್ಲಿ ಯಾವನು ತೀರ ಕಡಿಮೆ ವೇಳೆಯಲ್ಲಿ ೫ ಮೈಲು ಓಡಿದ್ದಾನೋ ಅವನೇ ಮೊದಲಿನ ನಂಬರು ಪಡೆದವನೆಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು. ಆದಕ್ಕಾಗಿ $\frac{೩}{೪}$, $\frac{೪}{೫}$, $\frac{೧೦}{೧೩}$ ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ತೀರ ಸಣ್ಣದೆಂಬದನ್ನು ಹುಡುಕಬೇಕು. ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿಮಾಡಿಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾ.

೨ | ೩, ೪, ೧೦
  | ೩, ೨, ೫

∴ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. = ೨ × ೩ × ೨ × ೫ = ೬೦

∴ ಅಂಶಗಳಾದ ೩, ೪, ೧೦ ರ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. = ೬೦.

∴ ಮೂರೂ ಅ. ಗಳ ಅಂಶಗಳು ೬೦ ಬರುವಂತೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

೩ಕ್ಕೆ ೨೦ ರಿಂದಲೂ, ೪ಕ್ಕೆ ೧೫ ರಿಂದಲೂ, ೧೦ಕ್ಕೆ ೬ ರಿಂದಲೂ ಗುಣಿಸಲು ೬೦ ಬರುತ್ತದೆ.

∴ $\frac{೩}{೪}$ ತಾ. = $\frac{೩\times೨೦}{೪\times೨೦}$ = $\frac{೬೦}{೮೦}$ ತಾ; $\frac{೪}{೫}$ ತಾ. = $\frac{೪\times೧೫}{೫\times೧೫}$ = $\frac{೬೦}{೭೫}$ ತಾ.; $\frac{೧೦}{೧೩}$ ತಾ. = $\frac{೧೦\times೬}{೧೩\times೬}$ = $\frac{೬೦}{೭೮}$ ತಾ. ಈಗ $\frac{೬೦}{೮೦}$ ತಾ., $\frac{೬೦}{೭೫}$ ತಾ., $\frac{೬೦}{೭೮}$ ತಾ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ತೀರ ಚಿಕ್ಕದು ?

ಅಂಶಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದ್ದ ಅ. ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದರ ಛೇದವು ದೊಡ್ಡದಿದೆಯೋ ಆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ ತೀರ ಸಣ್ಣದೆಂಬ ನಿಯಮವು ನಿಮಗೆ ಈ ಮೊದಲೇ ತಿಳಿದಿದೆ.

∴ ಛೇದಗಳಾವ ೮೦, ೭೫, ೭೮ ಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ದೊಡ್ಡ ಛೇದವೆಂದರೆ ೮೦, ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣದೆಂದರೆ ೭೫.

∴ $\frac{೬೦}{೮೦}$ ತಾ. ಎಲ್ಲಕ್ಕೂ ಸಣ್ಣದು. ಮತ್ತು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಿಂದ ಹೇಳಬೇಕಾದರೆ $\frac{೬೦}{೮೦}$ ತಾ. $\frac{೬೦}{೭೮}$ ತಾ. $\frac{೬೦}{೭೫}$ ತಾ. ಇರುತ್ತವೆ.

ಅಂದರೆ $\frac{೩}{೪}$ ತಾ. $\frac{೧೦}{೧೩}$ ತಾ. ಮತ್ತು $\frac{೪}{೫}$ ತಾ. ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

∴ ರಮೇಶನೇ ೧ನೆಯ ನಂಬರು ಪಡೆದವನು, ಕಡೆಯವನು ರಾಘವನು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೫)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೫)

ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಡುವದು :

(೧) $\frac{೧}{೩}$; $\frac{೨}{೫}$; (೨) $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೨}{೧೧}$; (೩) $\frac{೧}{೭}$; $\frac{೧}{೮}$; (೪) $\frac{೨}{೫}$; $\frac{೧}{೯}$;
(೫) $\frac{೪}{೫}$; $\frac{೭}{೯}$; (೬) $\frac{೧}{೯}$; $\frac{೧}{೭}$; $\frac{೨}{೯}$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪಕೊಡಿರಿ

(೭) $\frac{೨}{೫}$; $\frac{೪}{೭}$; $\frac{೮}{೧೫}$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಮತ್ತು ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಅ. ಗಳಾವವೆಂಬದನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೮) $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೪}{೫}$; $\frac{೭}{೯}$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(೯) $\frac{೮}{೩೧}$; $\frac{೭}{೧೮}$; $\frac{೧೧}{೩೮}$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(೧೦) ರಾಮನ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ದಿನಾಲು $\frac{೭}{೯}$ ಸೇರು, ರಂಗನ ಮನೆಯಲ್ಲಿ $\frac{೫}{೭}$ ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆ ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ದಿನಾಲು ಯಾರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆ ಖರ್ಚಾದಂತಾಯಿತು ?

(೧೧) ರಂಗ, ರಾಮು, ಶ್ಯಾಮು ಇವರು ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ೨೦ ಪುಟಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{೬}{೭}$, $\frac{೫}{೭}$ ಮತ್ತು $\frac{೨೧}{೩೯}$ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಓದುತ್ತಾರೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ತೀವ್ರವಾಗಿ ಓದಬಲ್ಲರು? ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(೧೨) ೫ ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ ಶ್ಯಾಮ, ಸೋಮ, ಭೀಮರು ಕ್ರಮವಾಗಿ ೫/೭; ೮/೧೧; ೧೫/೧೭ ಮೈಲು ಸಾಯಕಲ್ಲಿನಿಂದ ಹೋಗಬಲ್ಲರು. ಆದರೆ ಇವರಲ್ಲಿ ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ವೇಗವಾಗಿ ಸಾಯಕಲ್ಲನ್ನು ಓಡಿಸಬಲ್ಲರು ? ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(೧೩) ೬/೧೭; ೧೨/೧೭; ೧/೨೭ ಇವುಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. (ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿಕೊಂಡು ಬಿಡಿಸಿರಿ.)

(೧೪) ೮/೧೫; ೧೫/೨೭; ೧೨/೧೯ ಇವುಗಳನ್ನು ಇಳಿಕೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. (ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿರಿ.)

(೧೫) ೧೩/೧೫; ೨೫/೨೯ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದು ದೊಡ್ಡದು ? ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ ಸರಿಪಡಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು

(ಭಾಗ ೨)

ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

ಸಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಇನ್ನು ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬೇಕೆಂಬದನ್ನು ಕಲಿಯುವಾ.

ಉದಾ:— ಒಬ್ಬನು ಒಂದು ಎಕರೆ ಗದ್ದೆಯಲ್ಲಿ ೩/೪ ಕಡಲೆಯನ್ನೂ ೧/೫ ಗೋಧಿಯನ್ನೂ ಬಿತ್ತಿದ್ದಾನೆ; ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಬಿತ್ತಿದ ಭೂಮಿಯೆಷ್ಟು ?

ಬಿತ್ತಿದಭೂಮಿಯ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರ = ೩/೪ ಎಕರೆ + ೧/೫ ಎಕರೆ. ಇವೆರಡೂ ಅ. ಗಳು ಭಿನ್ನಜಾತಿಯವಿರುವದರಿಂದ ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ಒಮ್ಮೆಲೆ ತೆಗೆಯಲು ಬರಲಾರದು. ಸುಲಭವಾಗಿ ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕಾದರೆ ಮೊದಲು ಆ ಅ. ಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳನ್ನಾಗಿ ಬದಲಿಸಿ ಅಂದರೆ ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪಕೊಟ್ಟು ಹಿಂದೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ∴ ಇಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದ ಅ. ಗಳ ಛೇದಗಳು ೪, ೫ ಇದ್ದುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೨೦ ಇರುತ್ತದೆ.

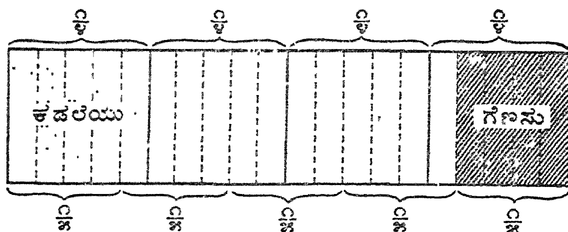
∴ ೩/೪ ಎ. = (೩×೫)/(೪×೫) = ೧೫/೨೦ ಎ. ಮತ್ತು ೧/೫ ಎ. = (೧×೪)/(೫×೪) = ೪/೨೦ ಎ.

∴ ಒಟ್ಟು ಕ್ಷೇತ್ರ $= \frac{೧}{೪}$ ಎ. $+ \frac{೧}{೫}$ ಎ. $= \frac{೫}{೨೦}$ ಎ. $+ \frac{೪}{೨೦}$ ಎ.

$= \frac{೫ + ೪ \text{ (ಅಂಶಗಳ ಜೋಡಣೆ)}}{೨೦}$

∴ ಒಟ್ಟು ಬಿತ್ತಿದ ಭೂಮಿ $= \frac{೯}{೨೦}$ ಎಕರೆ. ಉತ್ತರ.

ಆಕೃತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದಲೂ ಈ ರೀತಿಯನ್ನು ಮನಗಾಣಬಹುದು.



ಇದು ಒಂದು ಎಕರೆ ಗದ್ದೆಯಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ (೪, ೫ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. =) ೨೦ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ∴ $\frac{೧}{೪}$ ಎಕರೆ ಅಂದರೆ ಮೇಲಿನ ೨೦ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಮಾಡಿದ ೪ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲೊಂದು ಗುಂಪನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳುವದು ಅಂದರೆ ೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳು. ಇದರಲ್ಲಿ ಕಡಲೆಯನ್ನು ಬಿತ್ತಿದೆ. ಅದರಂತೆ $\frac{೧}{೫}$ ಎಕರೆಯೆಂದರೆ ೨೦ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಐದು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಒಂದನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು ಅಂದರೆ ೪ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳು.

∴ $\frac{೧}{೪}$ ಎ. $+ \frac{೧}{೫}$ ಎ. $=$ ೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳು $+$ ೪ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳು $= \frac{೫}{೨೦}$ ಎ. $+ \frac{೪}{೨೦}$ ಎ. $= \frac{೯}{೨೦}$ ಎಕರೆ ಒಟ್ಟು ಬಿತ್ತಿದ ಭಾಗ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ:— ಒಬ್ಬ ಸಾವುಕಾರನು ತನ್ನ ಆಸ್ತಿಯ $\frac{೧}{೨}$ ಭಾಗವನ್ನು ಮನನಿಗೂ $\frac{೧}{೩}$ ಭಾಗವನ್ನು ತನ್ನ ಹೆಂಡತಿಗೂ $\frac{೧}{೮}$ ಭಾಗವನ್ನು ಮಗಳಿಗೂ ಕೊಟ್ಟರೆ ಒಟ್ಟು ಕೊಟ್ಟ ಆಸ್ತಿ ಎಷ್ಟು ?

ಕೊಟ್ಟ ಒಟ್ಟು ಆಸ್ತಿ $= \frac{೧}{೨}$ ಭಾ. $+ \frac{೧}{೩}$ ಭಾ. $+ \frac{೧}{೮}$ ಭಾ.

$= \frac{೧ \times ೧೨}{೨ \times ೧೨} + \frac{೧ \times ೮}{೩ \times ೮} + \frac{೧ \times ೩}{೮ \times ೩}$ ಭಾ.

$= \frac{೧೨}{೨೪} + \frac{೮}{೨೪} + \frac{೩}{೨೪} = \frac{೨೩}{೨೪}$ ಭಾ.

(೨, ೩, ೮ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೨೪ ಇದೆ.)

∴ ಒಟ್ಟು ಕೊಟ್ಟ ಆಸ್ತಿ $\frac{೨೩}{೨೪}$ ಭಾಗ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೬)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೬)

ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(೧) $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. + $\frac{೧}{೨}$ ರೂ. (೨) $\frac{೧}{೩}$ ಪೂ. + $\frac{೧}{೬}$ ಪೂ. (೩) $\frac{೧}{೪}$ ಪೌ. + $\frac{೧}{೧೬}$ ಪೌ.

(೪) $\frac{೨}{೩}$ ರೂ. + $\frac{೧}{೬}$ ರೂ. (೫) $\frac{೧}{೮}$ ಮ. + $\frac{೧}{೧೨}$ ಮ. (೬) $\frac{೫}{೧೨}$ ತೊ. + $\frac{೭}{೪೮}$ ತೊ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ:— $\frac{೫}{೬} + \frac{೩}{೪} + \frac{೭}{೧೨}$ ಈ ಪದಾವಲಿಯ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

ರೀತಿ:— $\frac{೫}{೬} + \frac{೩}{೪} + \frac{೭}{೧೨}$

$= \frac{೫ \times ೨}{೬ \times ೨} + \frac{೩ \times ೩}{೪ \times ೩} + \frac{೭}{೧೨}$

$= \frac{೧೦}{೧೨} + \frac{೯}{೧೨} + \frac{೭}{೧೨}$

$= \frac{೨೬}{೧೨}$

$= \frac{೧೩}{೬}$

$= ೨\frac{೧}{೬}$

∴ $೨\frac{೧}{೬}$ ಉತ್ತರ.

ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಛೇದಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೧೨ ಇದೆ.

$\frac{೨೬}{೧೨}$ ಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಲು ಅಂದರೆ ೨ ರಿಂದ ಕಡಿತ ಹೊಡೆಯಲು $\frac{೧೩}{೬}$ ಬಂತು. ಇದಕ್ಕೆ ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪ ಕೊಡಲು $೨\frac{೧}{೬}$ ಬಂದಿತು.

ಸೂಚನೆ:— (೧) ಛೇದಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾಜ್ಯ ತೆಗೆದು ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

∴ (೨) ಆ. ಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ ಬಂದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ, ನಾಧ್ಯವಿದ್ದರೆ, ಆದಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(೩) ಮತ್ತು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದರೆ ಆದಕ್ಕೆ ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

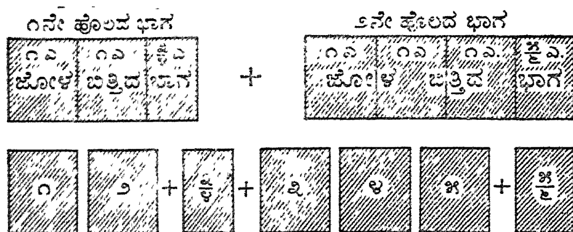
ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೭)

(೭) $\frac{೬}{೨೫} + \frac{೩}{೫} + \frac{೧೩}{೫೦}$; (೮) $\frac{೭}{೮} + \frac{೫}{೬} + \frac{೧೧}{೧೨}$; (೯) $\frac{೩}{೪} + \frac{೭}{೯} + \frac{೫}{೧೨}$

(೧೦) $\frac{೮}{೯} + \frac{೧೧}{೧೫} + \frac{೫}{೬}$; (೧೧) $\frac{೫}{೭} + \frac{೨}{೩} + \frac{೩೫}{೪೨}$; (೧೨) $\frac{೭}{೧೨} + \frac{೩}{೭} + \frac{೩}{೫}$

ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು

ಉದಾ:— ನಮ್ಮ ಎರಡು ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಳವನ್ನು ಬಿತ್ತಿದೆ. ೧ನೆಯ ಹೊಲದಲ್ಲಿ $೨\frac{೩}{೪}$ ಎಕರೆ, ೨ನೆಯದರಲ್ಲಿ $೩\frac{೫}{೬}$ ಎಕರೆ ಬಿತ್ತಿದ್ದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಎಕರೆ ಜೋಳವನ್ನು ಬಿತ್ತಿದಂತಾಯಿತು ?



ಜೋಳ ಬಿತ್ತಿದ ಒಟ್ಟು ಭೂಮಿ = ೨$\frac{೩}{೪}$ಎಕರೆ + ೩$\frac{೫}{೬}$ ಎಕರೆ

= ೨ ಎ. + $\frac{೩}{೪}$ ಎ. + ೩ ಎ. + $\frac{೫}{೬}$ ಎ.

ಇಲ್ಲಿ ೨ ಎ, ೩ ಎ. ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿದ್ದು ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜು ಮೊದಲು ಮಾಡಬೇಕು. ಅಂದರೆ ೨ + ೩ = ೫ ಎಕರೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದವುಗಳು $\frac{೩}{೪}$ ಎ., $\frac{೫}{೬}$ ಎ. ಇವು ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವ ಮೊದಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. ∴ ಛೇದಗಳಾದ ೪, ೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೧೨ ಇದೆ.

∴ $\frac{೩}{೪}$ಎ. = $\frac{೩\times೩}{೪\times೩}$ = $\frac{೯}{೧೨}$ಎ. ಮತ್ತು $\frac{೫}{೬}$ಎ. = $\frac{೫\times೨}{೬\times೨}$ = $\frac{೧೦}{೧೨}$ಎ.

∴ $\frac{೩}{೪}$ ಎ. + $\frac{೫}{೬}$ ಎ. = $\frac{೯}{೧೨}$ ಎ. + $\frac{೧೦}{೧೨}$ ಎ. = $\frac{೯+೧೦}{೧೨}$ (ಅಂಶಗಳ ಬೇರೀಜು) = $\frac{೧೯}{೧೨}$ ಎ. = ೧ ಎ. + $\frac{೭}{೧೨}$ ಎ. ($\frac{೧೯}{೧೨}$ಕ್ಕೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕರೂಪ ಕೊಡಲು)

∴ ಒಟ್ಟು ಜೋಳ ಬಿತ್ತಿದ ಭೂಮಿ = ೫ + ೧ + $\frac{೭}{೧೨}$ ಎಕರೆಗಳು.

= ೬$\frac{೭}{೧೨}$ ಎಕರೆಗಳು. ಉತ್ತರ.

ಇದೇ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಬಗೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸುವದುಂಟು; ಅದೇನೆಂದರೆ— ಮೊದಲು ಕೊಟ್ಟ ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅ. ಗಳ ರೂಪಕೊಟ್ಟು ಆಮೇಲೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದಮೇಲೆ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವರು. ಆದರೆ ಹೀಗೆ ಮಾಡುವದರಿಂದ ಅನವಶ್ಯಕವಾಗಿ ದೊಡ್ಡ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವ ಪ್ರಸಂಗವುಂಟಾಗುವದು. ಆದಕಾರಣ ಹಾಗೆ ಬಿಡಿಸುವದು ಅಷ್ಟು ಯೋಗ್ಯವೆನಿಸಲಾರದು. ಆದರೂ ಮಾದರಿಗಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ಬಿಡಿಸಿ ತೋರಿಸಿದೆ.

ಒಟ್ಟು ಜೋಳ ಬಿತ್ತಿದ ಭೂಮಿ = $೨\frac{೩}{೪}$ ಎ. + $೩\frac{೫}{೬}$ ಎ.
[ವಿಷಮ ಅ.ಗಳ ರೂಪ ಕೊಡಲು] = $\frac{೧೧}{೪}$ ಎ. + $\frac{೨೩}{೬}$ ಎ.
(ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಡಲು) $= \frac{೧೧\times೩}{೪\times೩} + \frac{೨೩\times೨}{೬\times೨} = \frac{೩೩}{೧೨} + \frac{೪೬}{೧೨}$
$= \frac{೭೯}{೧೨} = ೬\frac{೭}{೧೨}$ ಎ. ಉತ್ತರ.

ನಿಯಮ:— (೧) ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವ ದಾದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳಿಗೆ ಮೊದಲು ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಬೇರೀಜು ಮಾಡ ಬೇಕು. (೨) ಉತ್ತರವು ವಿಷಮ ಅ. ಯಾಗಿದ್ದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. (೩) ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. (೪) ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವದಾದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು ಮಾಡ ಬೇಕು. ಮತ್ತು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬೇರೀಜು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಮಾಡಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಬೇರೀಜದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಿ ಇಡಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೮)

(೧) $೨\frac{೧}{೩}$ ರೂ. + $೩\frac{೫}{೮}$ ರೂ. (೨) $೩\frac{೧}{೩}$ ರೂ. + $೪\frac{೧}{೨}$ ರೂ.

(೩) $೧\frac{೩}{೫}$ ಪೌ. + $೨\frac{೩}{೪}$ ಪೌ. (೪) $೩\frac{೫}{೧೨}$ ಫೂ. + $೭\frac{೧}{೮}$ ಫೂ.

(೫) $೪\frac{೧}{೨}$ ದಿವಸ + $೬\frac{೧}{೪}$ ದಿವಸ.

(೬) ಒಂದು ಕಬ್ಬಿನ ಗಣಿಕೆಯ ಭಾಗವು $೮\frac{೫}{೬}$ ಫೂ. ಮತ್ತು ಗರಿಯ ಭಾಗವು $೩\frac{೩}{೪}$ ಫೂ. ಇದೆ. ಆದರೆ ಅದರ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದಳತೆಯೆಷ್ಟು?

(೭) ಒಂದು ಬೆಲ್ಲದ ಪೆಂಟೆಯು ಎರಡು ತುಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು $೧\frac{೫}{೮}$, ೨ನೆಯದು $೧\frac{೧}{೧೨}$ ಮಣ ಇದ್ದರೆ ಇಡೀ ಪೆಂಟೆಯ ತೂಕವೆಷ್ಟು?

(೮) $೪\frac{೧}{೮}$ ರೂ. ಗಳ ಕೋಟಿನ ಅರಿವೆ, $೨\frac{೨}{೩}$ ರೂ. ಗಳ ಶರ್ಟಿನ ಅರಿವೆ ಹಾಗು ೩ ರೂ. ೫ ಆ. ಗಳ ಒಂದು ಚಾದರವನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳು ಖರ್ಚಾದವು?

(೯) $೩\frac{೧}{೨} + ೪\frac{೧}{೮} + ೨\frac{೩}{೪}$; (೧೦) $೬\frac{೧}{೫} + \frac{೭}{೯} + ೧\frac{೧}{೧೫}$.

(೧೧) ಒಬ್ಬನು $\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಯ ಒಂದು ಪಾಟಿಯನ್ನೂ; $\frac{೧೩}{೧೬}$ ರೂ. ಯ ಒಂದು ಗಣಿತಪುಸ್ತಕವನ್ನೂ ಮತ್ತು $೧\frac{೨}{೩}$ ರೂ. ಯ ಒಂದು ಇತಿಹಾಸಪುಸ್ತಕ ವನ್ನೂ ಕೊಂಡರೆ ಅವನು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ರೂ. ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದಂತಾಯಿತು?

(೧೨) ಒಂದು ರೇಶನ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ $೧೫\frac{೩}{೪}$ ಮಣ ಅಕ್ಕಿಯೂ, $೧೬\frac{೫}{೮}$ ಮಣ ಗೋದಿಯೂ ಮತ್ತು $೧೨\frac{೫}{೭}$ ಮಣ ಜೋಳವೂ ಇದೆ. ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮಣ ಕಾಳಿದ್ದಂತಾಯಿತು ?

(೧೩) ಒಂದು ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ೧ ಫೂ. ೨ ಇಂ. ಡಾಂಬರನ್ನು $೩\frac{೪}{೭}$ ಫೂ. ನೀಲೀಬಣ್ಣವನ್ನು ಉಳಿದ $೬\frac{೫}{೧೮}$ ಫೂ. ಗೋಡೆಗೆ ಸುಣ್ಣವನ್ನು ಹಚ್ಚಿದರೆ ಆ ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರವೆಷ್ಟು ?

(೧೪) $೭\frac{೫}{೬}$ ಸೇರು ತೂಕದ ಟ್ರಂಕಿನಲ್ಲಿ $೧೨\frac{೩}{೪}$ ಸೇರು ತೂಕದ ಪುಸ್ತಕ, ಹಾಗು $೮\frac{೨}{೩}$ ಸೇರು ತೂಕದ ಅರಿವೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ ಆ ಟ್ರಂಕಿನ ತೂಕವೆಷ್ಟು?

(೧೫) ಅರಿವೆಗೆ $೮\frac{೩}{೪}$ ರೂ., ಹೊಲಿಗೆಗೆ $೫\frac{೧೫}{೧೬}$ ರೂ., ಒಳವಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ $\frac{೫}{೬}$ ರೂ. ಕೊಟ್ಟು ಒಂದು ಕೋಟನ್ನು ಹೊಲಿಸಿದರೆ ಅದರ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯೆಷ್ಟು ?

(೧೬) ಒಬ್ಬನಲ್ಲಿ $೯\frac{೨೫}{೧೩}$ ತೊಲಿಗಳ ಎರಡು ತಾಟುಗಳೂ $೬೦\frac{೩}{೪}$ ತೊಲಿಗಳ ಒಂದು ತಂಬಿಗೆಯೂ ಇದ್ದರೆ ಅವನಲ್ಲಿದ್ದ ಒಟ್ಟು ಬೆಳ್ಳಿಯೆಷ್ಟು ?

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ [ಭಾಗ ೧]

ಭಿನ್ನ ಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳು

ಸಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಗೆ ತೆಗೆಯಬಹುದೆಂಬದನ್ನು ನಾವು ಈ ಮೊದಲೇ ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.

ಉದಾ:— $\frac{೧೩}{೧೬} - \frac{೯}{೧೬}$ ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

ಈ ಸಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ್ಗೆ ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಅಂಶವನ್ನು ಕಳೆದು ಛೇದಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಛೇದವನ್ನಿಡುವ ನಿಯಮದಂತೆ,

$\frac{೧೩}{೧೬} - \frac{೯}{೧೬} = \frac{೧೩-೯}{೧೬}$ (ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಅಂಶವನ್ನು ಕಳೆಯಲು)

$= \frac{೪}{೧೬}$ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಡಲು (೪ರಿಂದ ಕಡಿತಹೊಡೆಯಲು)

$\therefore \frac{೧೩}{೧೬} - \frac{೯}{೧೬} = \frac{೧}{೪}$

ಇನ್ನು ವಿಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ವಜಾಜಾಕಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಇಲ್ಲಿ ವಿಚಾರಿಸುವಾ.

ಉದಾ:— $\frac{೬}{೭}$ ವಾರ ಉದ್ದವಾದ ಅರಿವೆಯಲ್ಲಿ $\frac{೫}{೧೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯನ್ನು ಟೊಪ್ಪಿಗೆಗಾಗಿ ತಕ್ಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ವಾರ ಅರಿವೆ ಉಳಿಯುವದು ?

$\therefore$ ಉಳಿಯುವ ಅರಿವೆಯೆಂದರೆ $\frac{೬}{೭}$ ವಾರ $-$ $\frac{೫}{೧೪}$ ವಾರ.

ಇನ್ನು $\frac{೭}{೮}$, $\frac{೫}{೧೨}$ ಗಳು ವಿಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಾಗಿರುವದರಿಂದ ಒಮ್ಮೆಲೆ ಒಂದರೊಳಗೊಂದು ಕಳೆಯಲಿಕ್ಕೆ ಬರುವದಿಲ್ಲ. ಮೊದಲು ಆ ಅ. ಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಅವನ್ನು ಸಜಾತಿಯಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ ಮೇಲೆ ಒಂದರೊಳಗೊಂದನ್ನು ಕಳೆಯಬಹುದು.

∴ ಛೇದಗಳಾದ ೮, ೧೨ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೨೪ ಇದೆ.

∴ $\frac{೭}{೮}$ ವಾರ = $\frac{೭ \times ೩}{೮ \times ೩}$ = $\frac{೨೧}{೨೪}$ ವಾರ.

ಮತ್ತು $\frac{೫}{೧೨}$ ವಾ. = $\frac{೫ \times ೨}{೧೨ \times ೨}$ = $\frac{೧೦}{೨೪}$ ವಾರ.

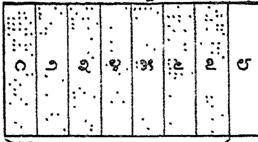
∴ $\frac{೭}{೮}$ ವಾ. − $\frac{೫}{೧೨}$ ವಾ. = $\frac{೨೧}{೨೪}$ − $\frac{೧೦}{೨೪}$ ವಾ. = $\frac{೧೧}{೨೪}$.

(ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಅಂಶ ಕಳೆಯಲು)

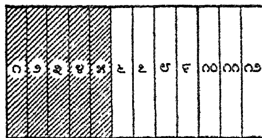
∴ $\frac{೭}{೮}$ ವಾ. − $\frac{೫}{೧೨}$ ವಾ. = $\frac{೧೧}{೨೪}$ ವಾರ ಉಳಿದ ಅರಿವೆ. ಉತ್ತರ.

ಇದೇ ರೀತಿಯನ್ನು ಆಕೃತಿಯಿಂದಲೂ ಮನಗಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

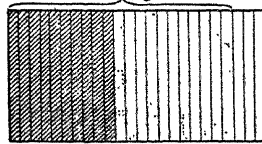
೧ ವಾರ ಉದ್ದಳತೆಯು



$\frac{೭}{೮}$ ವಾರ ಅರಿವೆ ಇದ್ದದ್ದು



$\frac{೫}{೧೨}$ ವಾರ ತಕ್ಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಭಾಗ
ಮೊದಲಿದ್ದ $\frac{೭}{೮}$ ವಾರ ಅರಿವೆ



ತಕ್ಕೊಳ್ಳುವ ಭಾಗ ಉಳಿದ ಭಾಗ

೧ ವಾರ ಉದ್ದಳತೆಯಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ (೮, ೧೨ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ.) ೨೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿ $\frac{೭}{೮}$ ವಾರದಲ್ಲಿ ೨೧ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗುವವು; ಮತ್ತು ತಕ್ಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿರುವ ಉದ್ದಳತೆ $\frac{೫}{೧೨}$ ವಾರದಲ್ಲಿ ೧೦ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗುವವು.

∴ ೨೧ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಿಂದ ೧೦ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳಲು (೨೧ − ೧೦ =) ೧೧ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳು ಉಳಿಯುವವು. ಇನ್ನು ಒಂದೊಂದು ಸಣ್ಣ ಭಾಗವೆಂದರೆ $\frac{೧}{೨೪}$ ವಾರವಿದ್ದು ಇಂಥವು ೧೧ ಭಾಗಗಳು ಉಳಿದಿವೆ. ∴ $\frac{೧೧}{೨೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆ ಉಳಿಯಿತು. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೯)

(೧) ೧/೨ ಫೂ. − ೧/೩ ಫೂ. (೨) ೨/೩ ರೂ. − ೧/೨ ರೂ.

(೩) ೪/೫ ಪೌ. − ೨/೩ ಪೌ. (೪) ೭/೮ − ೩/೪

(೫) ೩ ೧/೪ − ೧ ೨/೫ (೬) ೩ ೧/೭ − ೧/೩ − ೧/೭

(೭) ೪ ೫/೮ − ೧ ೫/೨ − ೧/೮.

(೮) ೮ ರೂಪಾಯಿಯು ೫/೬ ರೂ. ಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿದೆ ?

(೯) ೧ ೧/೨ ಸೇ. ಎಣ್ಣೆಯಲ್ಲಿ ೩/೮ ಸೇರು ಎಣ್ಣೆ ಬಿದ್ದು ಹೋಯಿತು. ಆದರೆ ಉಳಿದ ಎಣ್ಣೆ ಎಷ್ಟು ?

(೧೦) ೭/೮ ಯಾರ್ಡ ರೇಶ್ಮಿ ದಾರದಲ್ಲಿ ೩/೪ ಯಾರ್ಡ ದಾರವನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳಲು ಉಳಿದ ದಾರವೆಷ್ಟು ?

(೧೧) ೧೨ ವೈಲುದ್ದ ಹಾದಿಯಲ್ಲಿ ೧/೨ ವೈಲು ಹಾದಿ ಡಾಂಬರ ಮಾಡಿಸಿದ್ದು ಇದೆ. ಆದರೆ ಇನ್ನೂ ಡಾಂಬರ ಆಗದೆಯಿರುವ ಹಾದಿ ಎಷ್ಟು ?

(೧೨) ೩/೪ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದಲ್ಲಿ ೫ ಸೇರಿನ ಎರಡು ಕರಣಿಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳಲು ಎಷ್ಟು ಮಣ ಬೆಲ್ಲ ಉಳಿಯುವದು ? (೪೮ ಸೇರು = ೧ ಮಣ)

ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವಜಾಬಾಕಿ

ಉದಾ:— ನನ್ನ ಹತ್ತಿರಿದ್ದ ೧೨ ೧/೪ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ೬ ೫/೬ ರೂ. ಹೊಲದ ಹಪ್ತೆಯನ್ನು ಕೊಡಲು ಎಷ್ಟು ಹಣ ಉಳಿಯುವದು ?

ಉಳಿದ ಹಣ = ೧೨ ೧/೪ ರೂ. − ೬ ೫/೬ ರೂ. ಮೊದಲು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ
= ೧೨ + ೧/೪ − ೬ − ೫/೬ ರೂ. ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆಯುವದು.
= ೧೨ − ೬ + ೧/೪ − ೫/೬ ರೂ. ೧/೪, ೫/೬ ಈ ವಿಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳಿಗೆ
= ೬ + ೧/೪ − ೫/೬ ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪಕೊಡುವದು.
= ೬ + ೩/೧೨ − ೧೦/೧೨ ರೂ. ∴ ೪, ೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ.
= ೫ + (೧ + ೩/೧೨) − ೧೦/೧೨ ೧೨ ಇರುತ್ತದೆ.
= ೫ + ೧೫/೧೨ − ೧೦/೧೨ ∴ ೧/೪ = ೧×೩/೪×೩ = ೩/೧೨ ಮತ್ತು
= ೫ + (೧೫−೧೦)/೧೨ ರೂ. ೫/೬ = ೫×೨/೬×೨ = ೧೦/೧೨.
= ೫ + ೫/೧೨ ರೂ. ೩/೧೨ ದಲ್ಲಿ ೧೦/೧೨ ವನ್ನು ಕಳೆಯಲು
= ೫ ೫/೧೨ ರೂ. ಉತ್ತರ. ಬಾರದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ
೧ ನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡು ೩/೧೨ ವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ೧೦/೧೨ ಕಳೆಯುವದು.

ನಿಯಮ:— (೧) ಭಿನ್ನಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯನ್ನು ಮಾಡುವದಾದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. ಆ ಮೇಲೆ ದೊಡ್ಡ ಅಂಶವುಳ್ಳ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ಅಂಶದ ಅ. ವನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡುವದು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಹಾಗೆ ಮಾಡಬೇಕು.

(೨) ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅ. ಗಳ ವಜಾಬಾಕಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದಾದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಆಮೇಲೆ ಸಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಸಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು (ಎರಡಕ್ಕೂ ಸಮಚ್ಛೇದ ಕೊಟ್ಟ ಬಳಿಕ) ಕಳೆದು ಉಳಿದದ್ದನ್ನು ಉಳಿದ ಪೂರ್ಣಾಂಕದೊಡನೆ ಕೂಡಿಸಿ ಇಡಬೇಕು. ಒಂದು ವೇಳೆ ಅಧಿಕ ಪದವಾದ ಸಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ಊಣೆ ಪದದ ಸಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವು ಹೋಗದಂತಿದ್ದರೆ, ಉಳಿದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿ ೧ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಮುರಿಸಿಕೊಂಡು ಅಧಿಕಪದದ ಸಮ ಪೂರ್ಣಾಂಕದೊಡನೆ ಕೂಡಿಸಿ ಆ ಬಳಿಕ ಕಳೆಯಬೇಕು. ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದರೆ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಇಡಬೇಕು.

(೩) ಅಥವಾ ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಕೊಟ್ಟ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. ಆ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಕಳೆಯಬೇಕು.

ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ೩ನೆಯ ರೀತಿಯಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ ನೋಡುವಾ.

ನನ್ನ ಹತ್ತಿರ ಉಳಿದ ಹಣ

$= ೧೨\frac{೩}{೪}$ ರೂ. $- ೬\frac{೫}{೬}$ ರೂ.

$= \frac{೫೧}{೪}$ ರೂ. $- \frac{೪೧}{೬}$ ರೂ.

$= \frac{೫೧ \times ೩}{೪ \times ೩} - \frac{೪೧ \times ೨}{೬ \times ೨}$ ರೂ.

$= \frac{೧೫೩}{೧೨} - \frac{೮೨}{೧೨}$ ರೂ.

$= \frac{೧೫೩ - ೮೨}{೧೨}$ ರೂ.

$= \frac{೭೧}{೧೨}$ ರೂ.

ಇವುಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ, ಅ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಡುವದು.

ಈ ಅ. ಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಡುವದು ∴ ೪, ೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೧೨ ಇರುತ್ತದೆ.

$\therefore \frac{೫೧}{೪} = \frac{೫೧ \times ೩}{೪ \times ೩} = \frac{೧೫೩}{೧೨}$

ಮತ್ತು $\frac{೪೧}{೬} = \frac{೪೧ \times ೨}{೬ \times ೨} = \frac{೮೨}{೧೨}$

ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪಕೊಡುವದು.

∴ ನನ್ನ ಹತ್ತಿರ ಉಳಿದ ಹಣ $= ೫\frac{೧೧}{೧೨}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೦) (ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ರಿಂದ ೫)

(೧) ೮$\frac{೨}{೪}$ ರೂ. − ೬$\frac{೨}{೩}$ ರೂ. (೨) ೭$\frac{೩}{೪}$ ಫೂ. − ೫$\frac{೧}{೨}$ ಫೂ.

(೩) ೩$\frac{೫}{೮}$ ತೊ. − ೨$\frac{೩}{೧೬}$ ತೊ. (೪) ೧೨$\frac{೬}{೮}$ ದಿವಸ − ೯$\frac{೧}{೨}$ ದಿವಸ.

(೫) ೫$\frac{೧}{೩}$ ವೈ. − ೩$\frac{೧}{೪}$ ವೈ. (೬) ೧೫$\frac{೭}{೧೨}$ − ೮$\frac{೩}{೪}$ − ೫$\frac{೨}{೩}$

(೭) ೨೭$\frac{೧}{೩}$ − ೧೫$\frac{೭}{೧೦}$ − ೩$\frac{೧}{೩}$.

(೮) ನನ್ನ ಹತ್ತರ ೧೨$\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಇದ್ದವು. ಸಂತೆಯದಿವಸ ಅದರಪೈಕಿ ೮$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಗಳು ತೀರಿದವು. ಆದರೆ ಉಳಿದ ರೂಪಾಯಿಗಳೆಷ್ಟು ?

(೯) ೭$\frac{೨}{೫}$ ಮಣ ಜೋಳದ ಸಂಗ್ರಹದಲ್ಲಿ ೪$\frac{೫}{೬}$ ಮಣ ಜೋಳ ತೀರಿತು. ಆದರೆ ಉಳಿದ ಜೋಳವೆಷ್ಟು ?

(೧೦) ೮$\frac{೭}{೧೬}$ ತೊಲಿ ಬಂಗಾರದೊಳಗಿಂದ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಬಳೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಸಿ ಉಳಿದ ಬಂಗಾರ ೩$\frac{೩}{೪}$ ತೊಲಿ ಇದ್ದರೆ ಆ ಬಳೆಗಳ ತೂಕವೆಷ್ಟು ?

(೧೧) ಒಬ್ಬ ಕಾರಕೂನನು ೧೧೦$\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. ಪಗಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿತಿಂಗಳ ೧೫$\frac{೭}{೧೬}$ ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿಟ್ಟರೆ ಅವನ ತಿಂಗಳ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು ?

(೧೨) ೮$\frac{೩}{೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯಲ್ಲಿ ಶರ್ಟಿಗಾಗಿ ೫$\frac{೩}{೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳಲಾಗಿ ಉಳಿದ ಅರಿವೆಯು ಎಷ್ಟು ವಾರವಿದೆ ?

(೧೩) ಶಂಕರನು ೩$\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ಕೊಟ್ಟು ಇತಿಹಾಸವನ್ನೂ, ೩$\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಕೊಟ್ಟು ಗಣಿತವನ್ನೂ ಕೊಂಡು ೫ ರೂ. ಗಳ ನೋಟನ್ನು ಕೊಟ್ಟನು. ಆದರೆ ತಿರುಗಿ ಅವನಿಗೆಷ್ಟು ರೂ. ಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ ?

(೧೪) ೧೬$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. − ? = ೧೨$\frac{೨}{೧೬}$ ರೂ.

(೧೫) ೩$\frac{೩}{೪}$ ಫೂ. + ? = ೫$\frac{೧}{೮}$ ಫೂ. ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟ ಪದಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೧೬) ಧಾರವಾಡದಿಂದ ಬೆಳಗಾವಿಗೆ ಉಗಿಬಂಡಿಯಿಂದ ಹೋದರೆ ೩$\frac{೭}{೧೫}$ ತಾಸು ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ, ಮೋಟಾರಿನಿಂದ ಪ್ರವಾಸ ಮಾಡಿದರೆ ೨$\frac{೪}{೫}$ ತಾ. ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವದರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಗನೆ ಹೋಗಬಹುದು ? ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ತಾಸು ಉಳಿತಾಯವಾಗುವದು ?

(೧೭) ಎರಡು ಅ. ಗಳ ಬೇರೀಜು ೧೫$\frac{೩}{೪}$ ಇದ್ದು ಅವುಗಳಲ್ಲೊಂದು ೮$\frac{೧}{೪}$ ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತೊಂದು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವಾವದು ?

(೧೮) ೬ ೧/೮ ಸೇ. ಎಣ್ಣೆಯಲ್ಲಿ ೪ ೫/೮ ಸೇರು ದೀಪಕ್ಕಾಗಿ, ಉಳಿದದ್ದು ಅಡಿಗೆಗಾಗಿ ಖರ್ಚಾದರೆ ಅಡಿಗೆಗೆ ಖರ್ಚಾದ ಎಣ್ಣೆ ಎಷ್ಟು ?

(೧೯) ಧಾರವಾಡ, ಬೆಳಗಾವಗಳ ನಡುವೆ ೪೮ ೩/೪ ವೈಲು ಅಂತರವಿದೆ. ಧಾರವಾಡದಿಂದ ಬೆಳಗಾಂವಿಗೆ ಹೊರಟ ಮೋಟಾರು ೨೭ ೭/೧೫ ವೈಲು ಅಂತರ ಚಲಿಸಿತು. ಆದರೆ ಇನ್ನು ಬೆಳಗಾವ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ ?

(೨೦) ೨೫ ಫೂಟು ಉದ್ದವಾದ ಕಂಬವನ್ನು ಒಂದು ಕೆರೆಯಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಿದೆ. ಅದು ೩ ೧/೪ ಫೂ. ಭೂಮಿಯಲ್ಲಿಯೂ, ೧೮ ೧/೧೬ ಫೂ. ನೀರಲ್ಲಿಯೂ ಇದೆ. ಆದರೆ ನೀರ ಹೊರಗೆ ಹಾಯ್ದ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ?

ಬೇರೀಜು ವಜಾಬಾಕಿಗಳ ಪದಾವಳಿ

ಉದಾ:— ೨ ೧/೮ ರೂ. ಕೊಟ್ಟು ಒಂದು ಇತಿಹಾಸವನ್ನೂ ೧ ೫/೧೬ ರೂ. ಕೊಟ್ಟು ಭೂಗೋಲವನ್ನೂ ಕೊಂಡು ಅವನಿಗೆ ಕೆಲವು ಹಳೇ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ೨ ೫/೮ ರೂ. ಗೆ ಮಾರಿದೆನು. ಇದಲ್ಲದೆ ಮೊದಲು ನನ್ನ ಹತ್ತರ ೫ ರೂ. ಗಳ ಒಂದು ನೋಟು ಇತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ ನನ್ನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಹಣವೆಷ್ಟು ?

ರೀತಿ:— ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದಂತೆ ನನ್ನ ಹತ್ತರ ಇದ್ದ ಒಟ್ಟು ಹಣವೆಂದರೆ ೫ ರೂ. ಗಳೂ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಮಾರಿ ಬಂದ ಹಣ ೨ ೫/೮ ರೂ. ಗಳೂ ಇದ್ದವು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಇತಿಹಾಸಕ್ಕಾಗಿ ೨ ೧/೮ ರೂ. ಮತ್ತು ಭೂಗೋಲಕ್ಕಾಗಿ ೧ ೫/೧೬ ರೂ. ಕೊಟ್ಟೆನು. ∴ ನನ್ನ ಹತ್ತರ ಉಳಿದ ಹಣ = ೫ ರೂ. + ೨ ೫/೮ ರೂ. − ೨ ೧/೮ ರೂ. − ೧ ೫/೧೬ ರೂ.

ರೀತಿ:— (೧) ಅಧಿಕ ಪದಗಳ ಬೇರೀಜಿನಲ್ಲಿ ಉಣೆ ಪದಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಕಳೆಯುವದು. ಅಥವಾ (೨) ಕಳೆಯತಕ್ಕ ಎಲ್ಲ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಅಧಿಕಪದಗಳ ಬೇರೀಜಿನಲ್ಲಿ ಕಳೆಯುವದು. (ಯಾವ ಚಿಹ್ನವೂ ಇಲ್ಲದ ಮೊದಲಿನ ಪದವು ಯಾವಾಗಲೂ ಅಧಿಕಪದವೆಂದು ತಿಳಿಯತಕ್ಕದ್ದು.)

(೧) ∴ ೫ + ೨ ೫/೮ − ೨ ೧/೮ − ೧ ೫/೧೬ ರೂ.

= (೫ + ೨ − ೨ − ೧) + ೫/೮ − ೧/೮ − ೫/೧೬.

ಮೊದಲು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಮಾಡಿ ಕೂಡಿಸುವದು.

= (೭ − ೨ − ೧) + ೫/೮ − ೧/೮ − ೫/೧೬.

= ೪ + ೫/೮ − ೧/೮ − ೫/೧೬ ಅ. ಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದ ಕೊಡುವದು.

∴ ೮, ೨, ೧೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೧೬.

$= ೪ + \frac{೧೦}{೧೬} - \frac{೮}{೧೬} - \frac{೫}{೧೬}$

$= ೪ + \frac{೧೦-೮}{೧೬} - \frac{೫}{೧೬}$

$= ೪ + \frac{೨}{೧೬} - \frac{೫}{೧೬}$. ಆದರೆ $\frac{೨}{೧೬}$ ದಲ್ಲಿ $\frac{೫}{೧೬}$ ಹೋಗುವದಿಲ್ಲ.

∴ ೪ ರಲ್ಲಿ ೧ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳುವದು.

$= ೩ + (೧ + \frac{೨}{೧೬}) - \frac{೫}{೧೬}$

$= ೩ + \frac{೧೮}{೧೬} - \frac{೫}{೧೬}$

$= ೩ + \frac{೧೮-೫}{೧೬} = ೩ + \frac{೧೩}{೧೬} = ೩\frac{೧೩}{೧೬}$ ರೂ. ಉತ್ತರ;

(೨) ಅಥವಾ $೫ + ೨\frac{೫}{೮} - ೨\frac{೧}{೨} - ೧\frac{೫}{೧೬}$ ಈ ಪದಾವಳಿಯಲ್ಲಿ ಅಧಿಕ ಉಣೆ ಪದಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕೂಡಿಸುವದು.

∴ ಅಧಿಕಪದಗಳ ಬೇರೀಜು $= ೫ + ೨\frac{೫}{೮} = ೭\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಉಣೆ ಪದಗಳ ಬೇರಿಜು $= ೨\frac{೧}{೨} + ೧\frac{೫}{೧೬}$.

$= ೨ + ೧ + \frac{೧}{೨} + \frac{೫}{೧೬} = ೩ + \frac{೧}{೨} + \frac{೫}{೧೬}$ ಅ. ಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಡುವದು. ∴ ೨, ೧೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೧೬.

$= ೩ + \frac{೮}{೧೬} + \frac{೫}{೧೬}$

$= ೩ + \frac{೮+೫}{೧೬} = ೩ + \frac{೧೩}{೧೬} = ೩\frac{೧೩}{೧೬}$.

∴ ಅಧಿಕಪದಗಳ ಬೇರೀಜದಲ್ಲಿ ಉಣೆಪದಗಳ ಬೇರೀಜನ್ನು ಕಳೆಯುವದು.

∴ $೭\frac{೫}{೮} - ೩\frac{೧೩}{೧೬} = ೭ - ೩ + \frac{೫}{೮} - \frac{೧೩}{೧೬}$

$= ೪ + \frac{೫}{೮} - \frac{೧೩}{೧೬}$ [೮, ೧೬ ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಭಾ. ೧೬]

$= ೪ + \frac{೧೦}{೧೬} - \frac{೧೩}{೧೬}$

$= ೩+(೧+\frac{೧೦}{೧೬})-\frac{೧೩}{೧೬}$ [$\frac{೧೦}{೧೬}$ದಲ್ಲಿ$\frac{೧೩}{೧೬}$ಹೋಗುವದಿಲ್ಲ.]

$= ೩ + \frac{೨೬}{೧೬} - \frac{೧೩}{೧೬}$

$= ೩ + \frac{೧೩}{೧೬} = ೩\frac{೧೩}{೧೬}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.

೨ನೆಯ ರೀತಿ:— ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟ ಬಳಿಕ ಅವುಗಳಿಗೆಲ್ಲ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಡುವದು. ಆ ಮೇಲೆ ಕ್ರಮದಂತೆ ಬಿಡಿಸುವದು.

$\therefore$ ೫ + ೨$\frac{೫}{೮}$ − ೨$\frac{೧}{೨}$ − ೧$\frac{೫}{೧೬}$ ರೂ. = $\frac{೫}{೧}$ + $\frac{೨೧}{೮}$ − $\frac{೫}{೨}$ − $\frac{೨೧}{೧೬}$ [ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟರೆ ಲ. ಸಾ. ಭಾ.=೧೬]

= $\frac{೮೦}{೧೬}$ + $\frac{೪೨}{೧೬}$ − $\frac{೪೦}{೧೬}$ − $\frac{೨೧}{೧೬}$

= $\frac{೮೦+೪೨-೪೦-೨೧}{೧೬}$

= $\frac{೬೧}{೧೬}$ ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪಕೊಡಲು

= ೩$\frac{೧೩}{೧೬}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ಈ ರೀತಿ ಒಮ್ಮೊಮ್ಮೆ ಸುಲಭವಾಗುವದು.

ಕಂಸಗಳು

( ), { }, ಮತ್ತು [ ] ಇವುಗಳಿಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ದುಂಡಕಂಸ, ಮೀಸೆಕಂಸ ಮತ್ತು ಚೌಕಕಂಸಗಳೆಂದು ಕರೆಯುವರು. ಕಂಸದೊಳಗಿರುವ ಪದಗಳೆಲ್ಲ ಒಂದೇ ಗುಂಪು ಎಂದು ತಿಳಿಯತಕ್ಕದ್ದು. ಅಂದರೆ ಕಂಸದೊಳಗಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಬಿಡಿಯಾಗಿ ತಕ್ಕೊಂಡು ಹೊರಗಿನ ಪದಗಳಕೂಡ ಸಂಬಂಧ ಹಚ್ಚುವಂತಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲು ಕಂಸದೊಳಗಿನ ಪದಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಬಿಡಿಸಿ ಬಂದದ್ದನ್ನು ಕಂಸಿನ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿಡತಕ್ಕದ್ದು, ಮತ್ತು ಪದಗಳ ಕ್ರಮದಂತೆ ಬಿಡಿಸತಕ್ಕದ್ದು.

ಉದಾ:— ($\frac{೫}{೬}$ − $\frac{೧}{೨}$) − ($\frac{೩}{೪}$ − $\frac{೨}{೩}$) ಸರಳರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

ಮೊದಲಿನ ಕಂಸದಲ್ಲಿಯ ಪದಗಳು $\frac{೫}{೬}$ − $\frac{೧}{೨}$ ಇವು ವಿಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳು.

$\therefore$ ೨, ೬ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ. ೬

= $\frac{೫}{೬}$ − $\frac{೩}{೬}$ = $\frac{೫-೩}{೬}$ = $\frac{೨}{೬}$.

ಎರಡನೆಯ ಕಂಸದಲ್ಲಿಯ ಪದಗಳು

= $\frac{೩}{೪}$ − $\frac{೨}{೩}$ ಇವು ವಿಜಾತಿಯ ಅ. ಗಳು. $\therefore$ ೪, ೩ ಗಳ ಲ. ಸಾ. ಭಾ=೧೨.

= $\frac{೯}{೧೨}$ − $\frac{೮}{೧೨}$ = $\frac{೯-೮}{೧೨}$ = $\frac{೧}{೧೨}$

$\therefore$ ೧ನೆಯ ಕಂಸ − ೨ನೆಯ ಕಂಸ = $\frac{೨}{೬}$ − $\frac{೧}{೧೨}$ [ಲ. ಸಾ. ಭಾ.=೧೨]

= $\frac{೪}{೧೨}$ − $\frac{೧}{೧೨}$

= $\frac{೪-೧}{೧೨}$ = $\frac{೩}{೧೨}$ = $\frac{೧}{೪}$ [ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಲು] $\therefore$ $\frac{೧}{೪}$ ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೧) ಗುಂಪು: ೧.

(೧) $೧\frac{೧}{೩} + ೧\frac{೩}{೪} - ೧\frac{೨}{೫}$; (೨) $೪ + \frac{೫}{೬} - ೩$[illegible];

(೩) $೩\frac{೧}{೪} + ೧\frac{೨}{೮} - ೭\frac{೫}{೧೩}$; (೪) $೧೦\frac{೬}{೭} - ೩\frac{೧}{೪} - ೪\frac{೧೬}{೨೧}$;

(೫) $೧೨\frac{೫}{೭} - ೪\frac{೭}{೧೫} - ೩\frac{೨}{೬}$; (೬) $೮\frac{೨}{೪} - ೧\frac{೭}{೯} - ೩\frac{೧}{೩}$;

(೭) $\frac{೭}{೮} + \frac{೩}{೫} + \frac{೨}{೪} - ೧\frac{೧}{೧೩}$; (೮) $೧\frac{೨}{೫} - ೧\frac{೩}{೪} + ೨\frac{೫}{೮} - ೧\frac{೨}{೧೦}$;

(೯) $೬\frac{೨}{೮} + \frac{೫}{೧೩} - ೩\frac{೧}{೪} - ೨\frac{೨}{೪}$; (೧೦) $೧೨\frac{೧}{೨} - ೬\frac{೨}{೪} - ೧\frac{೭}{೧೨} - ೨\frac{೧}{೮}$;

(೧೧) $೧೫\frac{೧}{೪} - ೬\frac{೨}{೭} - ೫\frac{೧}{೧೦} + ೨\frac{೧}{೫}$; (೧೨) $೨\frac{೧೯}{೨೦} - \frac{೫}{೬} - \frac{೪}{೫} - \frac{೨}{೩}$.

ಗುಂಪು : ೨ [ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೧೦]

(೧) (೭ + ೨) − ೫ (೨) ೩ − (೫ − ೪)

(೩) ೧೨ + ೫ + (೮ − ೫) (೪) ೮ − (೪ + ೩) + ೨

(೫) (೧೨ + ೫) − ೬ + ೨ (೬) (೨೦ − ೮) + ೧೨ − ೧೦

(೭) (೬ + ೩) − (೫ − ೨) (೮) (೭ − ೨) − (೮ − ೪)

(೯) ೧ + (೩ + ೪ − ೫) (೧೦) ೬ − (೫ + ೩ − ೪)

(೧೧) $(೩\frac{೧}{೩} + ೨\frac{೨}{೭}) - ೪\frac{೭}{೧೨}$ (೧೨) $೪\frac{೬}{೭} + (೨\frac{೧}{೧೫} - ೧\frac{೭}{೧೦})$

(೧೩) $೬\frac{೨}{೩} - (\frac{೪}{೪} + ೫\frac{೬}{೭})$ (೧೪) $೨ + ೩\frac{೧}{೪} - (೬\frac{೧}{೮} - ೪\frac{೫}{೬})$

(೧೫) $೩\frac{೧}{೯} - (೧\frac{೧}{೨} + \frac{೨}{೪}) + \frac{೪}{೫}$ (೧೬) $೬\frac{೧}{೬} - (೫\frac{೧}{೨} - ೧\frac{೨}{೫}) + \frac{೫}{೮}$

(೧೭) $(೬ + ೨\frac{೧}{೪}) - (೪ + ೧\frac{೫}{೬})$ (೧೮) $(೭\frac{೧}{೫} - ೨\frac{೧}{೪}) - (೩\frac{೧}{೬} - ೧\frac{೫}{೧೩})$

(೧೯) $೮\frac{೧}{೨} - (೧\frac{೨}{೪} + ೨\frac{೨}{೪} - \frac{೫}{೬})$ (೨೦) $(೯\frac{೭}{೭} + ೧\frac{೫}{೬} - ೩\frac{೨}{೪}) - ೪\frac{೧}{೩}$[illegible].

ಗುಂಪು : ೩

(೧) ಒಂದು ಸಂತೆಯ ದಿನ ೧೦ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ $೪\frac{೫}{೬}$ ರೂ. ಗಳ ಕಾಳನ್ನೂ $೩\frac{೨}{೪}$ ರೂ. ಗಳ ಕಿರಾಣಿ ಸಾಮಾನನ್ನೂ ಕೊಂಡರೆ ಉಳಿದ ರೂ. ಗಳೆಷ್ಟು ?

(೨) ಮಲ್ಲಪ್ಪನು ತನ್ನ $೧೨\frac{೫}{೮}$ ಎಕರೆ ಭೂಮಿಯಲ್ಲಿ $೬\frac{೫}{೬}$ ಎಕರೆ ಜೋಳವನ್ನೂ $೨\frac{೨}{೫}$ ಎಕರೆ ಸಜ್ಜೆಯನ್ನೂ ಉಳಿದ ಭೂಮಿಯಲ್ಲಿ ಶೇಂಗಾವನ್ನೂ ಬಿತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಆದರೆ ಶೇಂಗಾ ಬಿತ್ತಿದ ಭೂಮಿಯೆಷ್ಟು ?

(೩) $೬\frac{೨}{೪}$ ವಾರ ಮತ್ತು $೭\frac{೧}{೧೩}$ ವಾರ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಅರಿವೆಯ ತುಂಡುಗಳಲ್ಲಿ $೫\frac{೨}{೫}$ ವಾರಿಗೆ ಜೋಡಿಯಂತೆ ಎರಡು ಜೋಡು ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಹೊಲಿಸಲು ಉಳಿಯುವ ಅರಿವೆಯೆಷ್ಟು ?

(೪) ಶಾಮರಾಯರು ತಮ್ಮ ೩ ಹೊಲಗಳ ಹಸ್ತಿ ೪೮$\frac{೯}{೩೦}$ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ೧ನೆಯ, ೨ನೆಯ ಹೊಲಗಳ ಹಸ್ತಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ೧೨$\frac{೪}{೫}$ ರೂ., ೧೫$\frac{೨}{೩}$ ರೂ. ಗಳಿದ್ದರೆ ೩ನೆಯ ಹೊಲದ ಹಸ್ತಿ ಎಷ್ಟು ?

(೫) ನನ್ನ ಹತ್ತರ ೩ ರೂ. ೫ ಆ. ಇದ್ದವು. ನಮ್ಮ ಅಣ್ಣನು ೧೨$\frac{೪}{೫}$ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಮನಿಆರ್ಡರಿನಿಂದ ನನಗೆ ಕಳಿಸಿದನು. ಆದರಲ್ಲಿ ೭$\frac{೯}{೧೬}$ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಸಾಲೆಯ ಫೀಗಾಗಿ ಕೊಟ್ಟು ೧$\frac{೨}{೫}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ನನ್ನ ಹತ್ತಿರ ಉಳಿದ ಹಣವೆಷ್ಟು ?

(೬) ನಮ್ಮ ತಂದೆಯ ಹತ್ತಿರಿದ್ದ ೧೨$\frac{೩}{೫}$ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಅವನು ನನ್ನ ತಮ್ಮನ ಫೀಗೆಂದು ೪$\frac{೩}{೧೦}$ ರೂ. ಗಳನ್ನೂ ನನಗೆ ಅವನಿಗಿಂತ $\frac{೪}{೫}$ ರೂ. ಹೆಚ್ಚು ಹಣವನ್ನೂ ಕೊಟ್ಟರೆ ಅವನ ಹತ್ತರ ಉಳಿದ ಹಣವೆಷ್ಟು ?

(೭) ೧೫$\frac{೭}{೮}$ ಫೂಟು ರೇಶಿಮೆಯ ದಾರದಲ್ಲಿ ಸಾವಿತ್ರಿಯು ೬$\frac{೪}{೫}$ ಫೂ. ದಾರವನ್ನೂ ಸುಭದ್ರೆಯು ಸಾವಿತ್ರಿಗಿಂತ ೧$\frac{೨}{೩}$ ಕಡಿಮೆ ದಾರವನ್ನೂ ತಕ್ಕೊಂಡರೆ ಉಳಿದ ದಾರವೆಷ್ಟು ?

(೮) ೨$\frac{೪}{೫}$ ಮತ್ತು ೫$\frac{೧೩}{೧೫}$ ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜಿನಲ್ಲಿ ಇನ್ನೆಷ್ಟು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ೮$\frac{೨}{೩}$ ಬರುವದು ?

(೯) ೧$\frac{೩}{೪}$ ಮತ್ತು ೩$\frac{೭}{೮}$ ಇವುಗಳ ಬೇರೀಜಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕಳೆದರೆ ೨$\frac{೧೩}{೧೫}$ ಉಳಿಯುವದು ?

(೧೦) ಒಂದು ಹಳ್ಳಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಜನರಲ್ಲಿ $\frac{೩}{೫}$ ಜನರು ಒಕ್ಕಲಿಗರು, $\frac{೧}{೩}$ ಜನರು ನೇಕಾರರು, ಉಳಿದವರು ಕೂಲಿಕಾರರಿದ್ದರೆ ಒಟ್ಟು ಜನರ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಕೂಲಿಯುವರಿದ್ದಂತಾಯಿತು ?

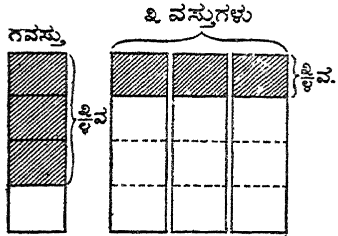
ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

(ಪ್ರಾಸ್ತಾವಿಕ ಕಲ್ಪನೆ)

$\frac{೩}{೪}$ ವಸ್ತುವೆಂದರೆಷ್ಟು ? ೧ ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ೩ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು ಎಂದರ್ಥ; ಅಂದರೆ $\frac{೧}{೪}$ ಭಾಗದಂಥ ೩ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು ಎಂದು. ಇದನ್ನೇ ಬೇರೊಂದು ವಿಧದಿಂದಲೂ ಹೇಳಬಹುದೆಂಬದನ್ನು ಲಕ್ಷದಲ್ಲಿಡಿರಿ. $\frac{೩}{೪}$ ವಸ್ತುವೆಂದರೆ ೩ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ೧ ಭಾಗವನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು ಎಂದು.

ಇದೇ ಮಾತನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳಿಂದಲೂ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. = $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ದಂಥ ೩ ಭಾಗಗಳು. ಅಂದರೆ ೩ ಪಾವಲಿಗಳು. ಇನ್ನು ೩ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಒಂದೊಂದು ಭಾಗವು ೩ ಪಾವಲಿಗಳದಾಗುವದು.



∴ $\frac{೩}{೪}$ = $\frac{೧}{೪}$ ದಂಥ ೩ ಭಾಗಗಳು, ಅಂದರೆ $\frac{೧}{೪} + \frac{೧}{೪} + \frac{೧}{೪}$ .... (೧)

ಮತ್ತು $\frac{೩}{೪}$ = ೩ ರ $\frac{೧}{೪}$ ಭಾಗ .... (೨)

ಹೀಗೆಯೇ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಎರಡು ಬಗೆಯಿಂದಲೂ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಗುಣಾಕಾರದ ಭಿನ್ನರೂಪ

(ಗುಣಾಕಾರವು ಬೇರೀಜಿನ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ)

ಉದಾ:— (೧) ೮ + ೮ + ೮ + ೮ + ೮ + ೮, (೬ ಸಾರೆ) = ೮ × ೬

ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದ ವಿಷಯವು .... (೧)

ಅಥವಾ ೮ ರ ೬ ಪಟ್ಟು = ೮ × ೬ .... (೨)

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವದು

(ಭಾಗ ೧)

ಉದಾ::— ೧ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. ಯಂತೆ ೩ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು?

ವಿವರಣೆ:— ಗುಣಾಕಾರವು ಬೇರೀಜಿನ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪವೆಂಬದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಆದರಂತೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ೩ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಂಡ ಕೊಂಡಂತೆ ಕೊಡಲು ೧ನೆಯ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ, ೨ನೆಯ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ, ೩ನೆಯ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ.

∴ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ = $\frac{೭}{೮} + \frac{೭}{೮} + \frac{೭}{೮}$ ರೂ. ಇವು ಸಜಾತಿಯ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

= $\frac{೭+೭+೭}{೮}$ ರೂ.

= $\frac{೭ \times ೩}{೮}$ ರೂ. [= $\frac{೨೧}{೮}$ = ೨$\frac{೫}{೮}$ ರೂ.]

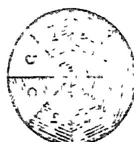
ಇನ್ನು $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. ಯನ್ನು ೩ ಸಾರೆ ಇಟ್ಟು ಬೇರೀಜು ಮಾಡುವದೆಂದರೆ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. × ೩.

∴ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. × ೩ = $\frac{೭ \times ೩}{೮}$ ರೂ. [= $\frac{೨೧}{೮}$ ರೂ. = ೨$\frac{೫}{೮}$ ರೂ.]
ಇಲ್ಲಿ ಬಲಗಡೆಯ $\frac{೨೧}{೮}$ ರೂ. ಹೇಗೆ ಬಂದಿತೆಂಬದನ್ನು ನೋಡಲು $\frac{೭}{೮}$ ದಲ್ಲಿಯ ಅಂಶವಾದ ೭ಕ್ಕೆ ೩ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದದ್ದನ್ನು ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಟ್ಟು ಛೇದವನ್ನು (೮ನ್ನು) ಹಾಗೆಯೇ ಇಟ್ಟಿದೆ ಎಂಬದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ ಇದನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ಬಗೆಯಿಂದಲೂ ಬರೆದು ತೋರಿಸಬಹುದು.

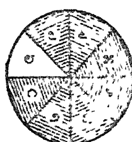
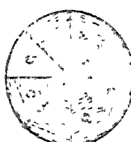
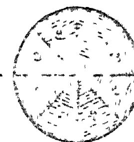
$\frac{೭}{೮}$ × ೩ = $\frac{೭}{೮}$ × $\frac{೩}{೧}$ರೂ. = $\frac{೭ \times ೩}{೮ \times ೧}$ = $\frac{\text{(ಅಂಶ, ಅಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರ)}}{\text{(ಛೇದ, ಛೇದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ)}}$

ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ. 



 = $\frac{೭}{೮}$ ರೂ.

∴ಪುಸ್ತಕಗಳು + + = ಗಳು ೩.

 +  +  = $\frac{೭}{೮}$ ರೂಗಳು.೩
= $\frac{೨೧}{೮}$ ರೂಗಳು
= $\frac{೨೧}{೮}$ ರೂ.

∴ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. × ೩ = $\frac{೭ \times ೩}{೮}$ ರೂ. = $\frac{೨೧}{೮}$ ರೂ. [= ೨$\frac{೫}{೮}$ ರೂ.]

∴ ಮೇಲಿನ ನಿಯಮವನ್ನೇ ಸಿದ್ಧವಾಗುತ್ತದೆ.

ತಾಳೆ:— ೧ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. ಅಂದರೆ ೭ ಚವಲಿಗಳು.

∴ ೩ ಪುಸ್ತಕಗಳಿಗೆ ೭ × ೩ = ೨೧ ಚವಲಿಗಳು (೧ ಚವಲಿ=$\frac{೧}{೮}$ರೂ.)

∴ ೨೧ ಚವಲಿಗಳು = $\frac{೨೧}{೮}$ ರೂ. ಗಳು = ೨$\frac{೫}{೮}$ ರೂ.

ಉದಾ:— (೨) ಒಂದು ತಂಬಿಗೆಗೆ ೨ ೩/೪ ರೂ. ಆದರೆ ೫ ತಂಬಿಗೆಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು?

ತಂಬಿಗೆ ∴ ತಂಬಿಗೆಗಳು + + + + = ತಂಬಿಗೆಗಳು ೫.

೧ ರ ಬೆಲೆ ೨ ೩/೪ ರೂ. ∴ ಬೆಲೆ ೨ ೩/೪ ರೂ. + ೨ ೩/೪ ರೂ. + ೨ ೩/೪ ರೂ. + ೨ ೩/೪ ರೂ. + ೨ ೩/೪ = ೨ ೩/೪ ರೂ ಗಳು ೫ ಸಾರೆ.

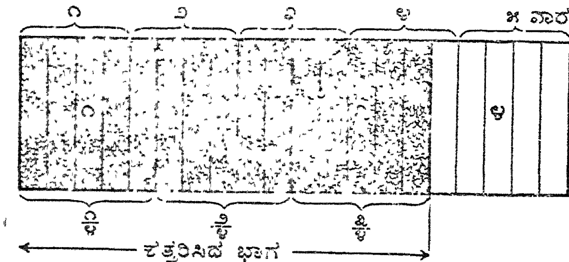
∴ ೫ ಗಳ ಬೆಲೆ = ೨ ೩/೪ ರೂ. × ೫ = ೧೧/೪ ರೂ. × ೫ (೨ ೩/೪ಕ್ಕೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ರೂಪ ಕೊಡಲು)

= ೧೧×೫/೪ = ೫೫/೪ ರೂ. = ೧೩ ೩/೪ ರೂ. (ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ರೂಪ ಕೊಡಲು)

(ಭಾಗ ೨)

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸುವದು

ಉದಾ:— (೧) ೫ ವಾರ ಉದ್ದವಾದ ರೇಶ್ಮೆ ಅರಿವೆಯ ೩/೪ ಭಾಗವನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ವಾರ ಅರಿವೆ ದೊರೆಯುವದು? (ಆಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ.)



ಇಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿಕೊಂಡ ಅರಿವೆಯೆಂದರೆ ೫ ವಾರಿನ ೩/೪ ಭಾಗ = ೫ × ೩/೪.

ಇನ್ನು ೫ ವಾರಿನ ೩/೪ ಭಾಗವೆಂದರೆ ೫ ವಾರ ಉದ್ದಳತೆಯಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ೩ ಭಾಗಗಳನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದು ಎಂಬರ್ಥ. ಇನ್ನು ಒಂದೊಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ೪ ರಂತೆ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿ ಇಡೀ ೫ ವಾರ ಉದ್ದಳತೆಯಲ್ಲಿ ೨೦ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ೫ ವಾರ

ದಲ್ಲಿ ೪ ಭಾಗ ಮಾಡುವದೆಂದರೆ ೨೦ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ೪ ಪಾಲು ಮಾಡುವದು. ∴ ೧ ಪಾಲಿನಲ್ಲಿ ($\frac{೨೦}{೪}$ =) ೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇಂಥ ೩ ಪಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ೫ × ೩ = ೧೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ∴ ಕತ್ತರಿಸಿ ತಕ್ಕೊಂಡ ಭಾಗವೆಂದರೆ ೫ × ೩ = ೧೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಷ್ಟು ತಕ್ಕೊಂಡಂತಾಯಿತು. ಇನ್ನು ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಭಾಗವೆಂದರೆ $\frac{೧}{೪}$ ವಾರವಿದ್ದು ಅಂಥ (೫ × ೩ =) ೧೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳೆಂದರೆ ($\frac{೫ \times ೩}{೪}$ =) $\frac{೧೫}{೪}$ ವಾ. ∴ ೫ ವಾ. × $\frac{೩}{೪}$ = $\frac{೫ \times ೩}{೪}$ ವಾ. = $\frac{೧೫}{೪}$ ವಾ. = (೩$\frac{೩}{೪}$ ವಾರ) ಇದನ್ನೇ ಬೇರೊಂದು ಬಗೆಯಿಂದ ಬರೆಯಬಹುದು. ೫ ವಾ. × $\frac{೩}{೪}$ = $\frac{೫ (ಪೂರ್ಣಾಂಕ) \times ೩ (ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶ)}{೪ (ಛೇದ)}$

ಇದೇ ನಿಯಮವೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ನಿಯಮ:— ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸುವದಾದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವಿದ್ದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪಕೊಟ್ಟು ಅದರ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸತಕ್ಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಅಥವಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅಂಶದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಅಂಶದ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿಡಬೇಕು. ಕೆಳಗೆ ಛೇದ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಛೇದವನ್ನು ಇಡಬೇಕು. ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— ಒಂದು ವಾರ ಕೋಟಿನ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ ೧$\frac{೫}{೮}$ ರೂ; ಆದರೆ ೪ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

ಮೊದಲು ೧$\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಗೆ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ರೂಪ ಕೊಡಲಾಗಿ ಅದು $\frac{೧೩}{೮}$ ರೂ. ಆಯಿತು.

∴ ೪ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ = $\frac{೧೩}{೮}$ ರೂ. × ೪

= $\frac{೧೩}{೨}$ ರೂ. (ಅತಿ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಲಾಗಿ)

= $\frac{೧೩}{೨}$ ರೂ. = ೬$\frac{೧}{೨}$ ರೂ.

∴ ೪ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ = ೬$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೨)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೩ ರಿಂದ ೮)

(೧) ಆಕೃತಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಿದ್ಧ ಮಾಡಿರಿ.
$\frac{೩}{೮} \times ೫ = ೧\frac{೭}{೮}$; $\frac{೪}{೯} \times ೩ = ೧\frac{೧}{೩}$; $\frac{೭}{೧೨} \times ೪ = ೨\frac{೧}{೩}$.

(೨) $\frac{೧}{೬} \times ೬ = ೧$; $\frac{೩}{೫} \times ೫ = ೩$; ಮತ್ತು $\frac{೪}{೭} \times ೧೪ = ೮$.

(೩) ೧ ಪಾಟಿಯ ಬೆಲೆ $\frac{೭}{೧೬}$ ರೂ. ಆದರೆ ೮ ಪಾಟಿಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೪) ೧ ಡಝನ ಸೀಸಕಡ್ಡಿಗಳ ಬೆಲೆ $೨\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ಆದರೆ ೬ ಡಝನ ಸೀಸಕಡ್ಡಿಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೫) ಒಂದು ತಕಲಿಯ ಬೆಲೆ $\frac{೩}{೮}$ ರೂ. ಆದರೆ ೧ ಡಝನ ತಕಲಿಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ? (೧ ಡಝನ = ೧೨)

(೬) $೮\frac{೩}{೮}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಆಣೆಗಳು ?

(೭) ಒಂದು ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾಕ್ಕೆ $೧\frac{೪}{೯}$ ರೂ. ಆದರೆ ೫ ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾದ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೮) $೬\frac{೩}{೪}$ ಫೂಟುಗಳಿಗೆ ಇಂಚುಗಳೆಷ್ಟು ?

(೯) $೬\frac{೨}{೩}$ ದಿವಸಗಳಿಗೆ ತಾಸುಗಳೆಷ್ಟು ?

(೧೦) $೫\frac{೪}{೧೦}$ ಪೌಂಡುಗಳಿಗೆ ಶಿಲಿಂಗುಗಳೆಷ್ಟಾಗುವವು ?

(೧೧) ಒಬ್ಬ ಉಸ್ತಾರನ ದಿನಗೂಲಿಯು $೨\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಆದರೆ ಅವನ ೧ ವಾರದ ಕೂಲಿ ಎಷ್ಟು ?

(೧೨) ಒಂದು ಕಂಪಾಸಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಬೆಲೆ $೨\frac{೧೧}{೧೬}$ ರೂ. ಆದರೆ ೧ ಡಝನ ಕಂಪಾಸಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೩) ಒಂದು ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆಯ ಬೆಲೆ $\frac{೬}{೮}$ ರೂ. ಆದರೆ ೧೫ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೪) (ಅ) $೨೪ \times \frac{೫}{೧೬}$ ರೂ.; (ಆ) $\frac{೧೧}{೧೨}$ ಫೂ. $\times ೧೫$; (ಇ) $\frac{೫}{೬}$ ತಿಂಗಳ $\times ೨೭$; (ಈ) $೯ \times \frac{೫}{೧೨}$; (ಉ) $೧೮ \times \frac{೭}{೨೪}$; (ಊ) $೨೪ \times \frac{೫}{೬}$ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೧೫) ಒಬ್ಬನು ತನ್ನ ೧೫೦೦೦ ರೂ. ಗಳ ಆಸ್ತಿಯನ್ನು ಹಂಚಿದನು. ಆಸ್ತಿಯ $\frac{೨}{೫}$ ಭಾಗವನ್ನು ಮಗನಿಗೂ, $\frac{೪}{೯}$ ಭಾಗವನ್ನು ಮಗಳಿಗೂ, $\frac{೧}{೬}$ ಭಾಗ

ವನ್ನು ಹೆಂಡತಿಗೂ ಹಂಚಿ ಉಳಿದ ಹಣವನ್ನು ಧರ್ಮಾರ್ಥ ವಾಚನಾಲಯಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟನು. ಆದರೆ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರ ಪಾಲಿಗೆ ಬಂದ ಹಣವೆಷ್ಟು? ಮತ್ತು ವಾಚನಾಲಯಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟ ಹಣವೆಷ್ಟು?

(೧೬) ಒಂದು ತೋಟದಲ್ಲಿ ೬೦ ಮಾವಿನ ಗಿಡಗಳುಂಟು. ಅವುಗಳ $\frac{೨}{೩}$ ಪಟ್ಟು ಪೇರಲ ಗಿಡಗಳೂ, ಪೇರಲಗಿಡಗಳ $\frac{೩}{೪}$ ದಷ್ಟು ದಾಳಿಂಬ ಗಿಡಗಳೂ ಇರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಆ ತೋಟದಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ಗಿಡಗಳೆಷ್ಟು?

(ಭಾಗ ೩)

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸುವದು

ಪಟ್ಟುಗಳ ಕಲ್ಪನೆ:— ೩ ರ ೪ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೇನು? ೩×೪ (=೧೨) ಅಲ್ಲವೇ? ಅದನ್ನೇ ೪ರ ೩ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ೪ × ೩ ಎಂದು ಹೇಳಿದರೂ ತಪ್ಪಲ್ಲವೆಂಬದನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ∴ ೫ ರ ೬ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ೫ × ೬ ಅಥವಾ ೬ ರ ೫ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ೬ × ೫ (= ೩೦). ಮತ್ತು ೪ ರ ೧ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ೪ × ೧ = ೪. ಇತ್ಯಾದಿ.

ಇನ್ನು ೪ರ $೧\frac{೧}{೨}$ ಪಟ್ಟು ಅಥವಾ ೪ರ ಒಂದೂಅರ್ಧಪಟ್ಟು ಅಂದರೇನು? ೪ರ ೧ ಪಟ್ಟು (ಅಂದರೆ ೪) ಮತ್ತು ೪ ರ ಅರ್ಧಪಟ್ಟು (ಅಂದರೆ 'ಅರ್ಧ' ಪಾಲು). ಇನ್ನು ೪ರ ೧ ಪಟ್ಟು = ೪ ಮತ್ತು ೪ ರ ಅರ್ಧಪಟ್ಟು = ೪ × $\frac{೧}{೨}$ = ೨ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದ ವಿಷಯವು. ∴ ೪ರ $೧\frac{೧}{೨}$ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ೪ + ೨ = ೬ ಅಥವಾ ೪ರ $\frac{೩}{೨}$ ಪಟ್ಟು = ೪ × $\frac{೩}{೨}$ = $\frac{೪\times೩}{೨}$ = ೬ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಯುವದಲ್ಲವೇ?

ಆದರಂತೆ ೧೨ರ $\frac{೧}{೪}$ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ೧೨ರ ಕಾಲುಭಾಗ = ೧೨ × $\frac{೧}{೪}$.

ಮತ್ತು ೮ರ $\frac{೧}{೮}$ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ ೮ರ $\frac{೧}{೮}$ ಭಾಗ = ೮ × $\frac{೧}{೮}$.

$\frac{೩}{೪}$ ಹೊಲದ $\frac{೪}{೫}$ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ $\frac{೩}{೪}$ × $\frac{೪}{೫}$.

$\frac{೫}{೯}$ ವಾರಿನ $\frac{೭}{೮}$ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆ $\frac{೫}{೯}$ × $\frac{೭}{೮}$ ಇತ್ಯಾದಿ.

∴ ಗುಣಾಕಾರಗಳ ಪ್ರಸಂಗ ಬಂದಾಗೆಲ್ಲ ಬಹುಶಃ ಅವುಗಳ ಸಂದರ್ಭವೆಲ್ಲ 'ಪಟ್ಟು' ಪದದಿಂದ ಉಂಟಾಗಿರುವದರಿಂದ ಗುಣಾಕಾರದ ಬದಲು ಪಟ್ಟು ಎಂದು ಬದಲಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಉದಾ:— ೫ × ೪ ಇದರ ಬದಲು ೫ ರ ೪ ಪಟ್ಟು ಎಂದೂ ೮ × ೩ ಇದರ ಬದಲು ೮ರ ೩ ಪಟ್ಟು ಎಂದೂ $\frac{೩}{೪}$×$\frac{೫}{೬}$ ಇದರ ಬದಲು $\frac{೩}{೪}$ ದರ $\frac{೫}{೬}$ ಪಟ್ಟು ಎಂದೂ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ವಿಧಾನ

ಉದಾ:— (೧) ೩/೪ ಎಕರೆ ಭತ್ತದ ಗದ್ದೆಯ ೫/೬ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಹಾಕಿದೆ. ಅಂದರೆ ಎಷ್ಟು ಎಕರೆ ಭೂಮಿಗೆ ಗೊಬ್ಬರ ಹಾಕಿದಂತಾಯಿತು ? ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

೧ನೇ ಆಕೃತಿಯ ಚೌಕವು ೧ ಎಕರೆ ಗದ್ದೆಯು. ಅದರಲ್ಲಿ ಗುರ್ತುಮಾಡಿದ ಭಾಗವು ಅದರ ೩/೪ ಭಾ. ಅಂದರೆ ೩/೪ ಎಕರೆ. ೩/೪ ಎಕರೆಯ ೫/೬ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಗೊಬ್ಬರ ಹಾಕಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಿರುವದರಿಂದ ಗುರ್ತು ಮಾಡಿದ ಚೌಕದಲ್ಲಿ (೩/೪ ಎಕರೆ)ಸರಿಯಾಗಿ ೬ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಅವುಗಳ ೫ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಹಾಕಿದೆ ಎಂಬದನ್ನು ತೋರಿಸುವದಕ್ಕಾಗಿ ಮೊದಲಿನ ಗುರ್ತಿನಲ್ಲಿಯೇ ಹೆಚ್ಚು ಕಪ್ಪು ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಿದೆ. (೨ನೇ ಆಕೃತಿ). ೧ನೆಯ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೋಡಲಾಗಿ ಇಡೀ ೧ ಎಕರೆಯಲ್ಲಿ ೨೪ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇನ್ನು ಗೊಬ್ಬರ ಹಾಕಿದ ಹೆಚ್ಚು ಕಪ್ಪುಳ್ಳ ಭಾಗವನ್ನು ನೋಡಲಾಗಿ ಮೇಲಿನಂಥ ೧೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಒಂದೊಂದು ಸಣ್ಣ ಭಾಗವು ೧/೨೪ ಎಕರೆ ಇರುವದರಿಂದ ಗೊಬ್ಬರ ಹಾಕಿದ ಭಾಗವೆಂದರೆ ೧೫/೨೪ ಎಕರೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಗೊಬ್ಬರ ಹಾಕಿದ ಭಾಗವು ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದಂತೆ ೩/೪ ಎಕರೆಯ ೫/೬ ಭಾಗವೆಂದರೆ ೩/೪ ದ ೫/೬ ಭಾಗ.

ಇಡೀ ಚೌಕವು ೧ ಎಕರೆ

೧೬	೧೭	೧೮	೧೯
೧೫	೧೪	೧೩	೨೦
೧೦	೧೧	೧೨	೨೧
೯	೮	೭	೨೨
೪	೫	೬	೨೩
೩	೨	೧	೨೪

೩/೪ ಎಕರೆ

೩/೪ ಎಕರೆ

೧೮	೧೭	೧೬
೧೩	೧೪	೧೫
೧೨	೧೧	೧೦
೭	೮	೯
೬	೫	೪
೧	೨	೩

೩/೪ ಎಕರೆಯ ೫/೬ ಭಾಗ

∴ ೩/೪ × ೫/೬ ಎಕರೆ = ೧೫/೨೪ ಎಕರೆ ಎಂದಂತಾಯಿತು.

ಇನ್ನು ೧೫/೨೪ವು ಹೇಗೆ ಬಂದಿತು? ಎಂಬದನ್ನು ವಿಚಾರಿಸುವಾ. ಗುಣಾಕಾರದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಿಗೂ ಕೊಟ್ಟ, ಅ.ಗಳ ಅಂಶ ಛೇದಗಳಿಗೂ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ ? ಕೊಟ್ಟ ಅ. ಗಳ ಅಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ೩ × ೫ (= ೧೫) ಛೇದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ೪ × ೬ (= ೨೪) ಈ ಗುಣಾಕಾರಗಳೇ ಉತ್ತರವಾದ ೧೫/೨೪ ದ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ (ಉತ್ತರಕ್ಕೆ) ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡುವ ಪ್ರಸಂಗದಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದೊಡನೆಯೇ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪವನ್ನು ಕೊಡುವ ರೂಢಿಯಿದೆ.

ಒಟ್ಟಿನಮೇಲಿಂದ ನೋಡಲಾಗಿ ಅ. ಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಗುಣ್ಯ ಗುಣಕಗಳ ಅಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ, ಛೇದಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಛೇದಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇಡಬೇಕು. ಇದೇ ಉತ್ತರ.

$$\therefore \frac{೩}{೪} \text{ ದ } \frac{೫}{೬} \text{ ಭಾಗ} = \frac{೩}{೪} \times \frac{೫}{೬} = \frac{\text{ಅಂಶ, ಅಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರ}}{\text{ಛೇದ, ಛೇದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ}} = \frac{೧೫}{೨೪} \text{ ಉ.}$$

ಇನ್ನು ಉತ್ತರ $\frac{೧೫}{೨೪}$ಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು.

$\therefore \frac{೧೫}{೨೪} = \frac{೧೫ \div ೩}{೨೪ \div ೩} = \frac{೫}{೮}$ ಎಂದು ಉತ್ತರವನ್ನಿಡಬೇಕು. ಇದನ್ನೆ ಗುಣಾಕಾರದೊಡನೆ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಡಿತ ಹೊಡೆದು ತೆಗೆಯುವರು.

$\frac{೩}{೪} \times \frac{೫}{೬} = \frac{\cancel{೩}^{೧}}{೪} \times \frac{೫}{\cancel{೬}_{೨}} = \frac{೧ \times ೫}{೪ \times ೨} = \frac{೫}{೮}$ ಇಲ್ಲಿ ಮೂಲೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಿಗೆ ಸಾಧಾರಣವಾದ ಅವಯವದಿಂದ ಕಡಿತ ಹೊಡೆದಿದೆ (ಭಾಗಿಸಿದೆ). ೩, ೬ ಗಳ ಸಾಧಾರಣ ಅವಯವವಾದ ೩ ರಿಂದ ಎರಡಕ್ಕೂ ಕಡಿತ ಹೊಡೆದಿದೆ.

ಉದಾ:— (೨) $\frac{೭}{೯}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯ $\frac{೩}{೫}$ ಭಾಗವನ್ನು ಕರವಸ್ತ್ರಕ್ಕಾಗಿ ತಕ್ಕೊಂಡಿದೆ. ಅಂದರೆ ಎಷ್ಟು ವಾರ ಅರಿವೆಯನ್ನು ತಕ್ಕೊಂಡಂತಾಯಿತು ?

ಇಲ್ಲಿ $\frac{೭}{೯}$, $\frac{೩}{೫}$ ಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

$\therefore$ ತಕ್ಕೊಂಡ ಅರಿವೆ $= \frac{೭}{\cancel{೯}_{೩}} \times \frac{\cancel{೩}^{೧}}{೫}$ ವಾರ

$= \frac{೭ \times ೧}{೩ \times ೫}$ ವಾರ

$= \frac{೭}{೧೫}$ ವಾರ ಉತ್ತರ

ವಿವರಣೆ:— ಮೂಲೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳಾದ ೩, ೯ ಗಳಿಗೆ ೩ ರಿಂದ ಕಡಿತ ಹೊಡೆದಿದೆ.

ಗುಣ್ಯ ಗುಣಕಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಮೊದಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಆಮೇಲೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಉದಾ:— (೩) $೪\frac{೨}{೩}$ ರೂ. ಗಳ $೧\frac{೩}{೫}$ ಪಟ್ಟು ಅಂದರೆಷ್ಟು ರೂ. ಗಳು ? ಇಲ್ಲಿ ಗುಣ್ಯ ಗುಣಕಗಳೆರಡೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿವೆ.

$\therefore$ $೪\frac{೨}{೩}$ದ $೧\frac{೩}{೫}$ಪಟ್ಟು $= ೪\frac{೨}{೩} \times ೧\frac{೩}{೫}$ ರೂ. (ಇಲ್ಲಿ ವಿಷಮ ಅ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟು)

$= \frac{\overset{೫}{\cancel{೨೫}}}{\underset{೨}{\cancel{೬}}} \times \frac{\overset{೩}{\cancel{೯}}}{\underset{೧}{\cancel{೫}}}$ [ಎರಡೂ ಮೂಲೆಗಳ ಮೇಲೆ ಕಡಿತ ಹೊಡೆದಿದೆ.]

$= \frac{೫ \times ೩}{೨ \times ೧}$ ರೂ.

$= \frac{೧೫}{೨}$ ರೂ. [ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅ. ದ ರೂಪಕೊಟ್ಟಿದೆ.]

$= ೭\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ನಿಯಮ:— (೧) ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸುವದಾದಲ್ಲಿ ಗುಣ್ಯ ಗುಣಕಗಳ, ಅಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಅಂಶಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಛೇದಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಛೇದಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಇಡಲು ಉತ್ತರ ಪದವು ಬರುವದು. (೨) ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡುವದಾದಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದೊಡನೆಯೇ ಮೂಲೆಗಳ ಮೇಲೆ ಕಡಿತ ಹೊಡೆದು ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. (೩) ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಇಡಬೇಕು. (೪) ಗುಣ್ಯ ಗುಣಕಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇದ್ದರೆ ಅವುಗಳಿಗೆ ಮೊದಲು ವಿಷಮ ಅ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ನೆನಪಿಡಿರಿ:— "ಷಷ್ಠಿಯ ಸಂಬಂಧ" ವನ್ನು ತೋರಿಸುವ '**ದ, ರ, ಗಳ,**' ಪದಗಳು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದಗಳ ನಡುವೆ ಬಂದರೆ ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಚಿಹ್ನವನ್ನು ಇಡಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೩)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೨ ರಿಂದ ೫)

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಆಕೃತಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಿದ್ಧಮಾಡಿರಿ.

(೧) $\frac{೧}{೨}$ ದ $\frac{೩}{೪} = \frac{೩}{೮}$; $\frac{೫}{೮}$ ದ $\frac{೪}{೫} = \frac{೧}{೨}$; $\frac{೪}{೫}$ ದ $\frac{೧}{೩} = \frac{೪}{೧೫}$;

(೨) $\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಯ $\frac{೧}{೮}$; $\frac{೩}{೪}$ ಪೌ. ನ $\frac{೧}{೨}$ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(೩) $\frac{೪}{೫}$ ದ $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೩}{೮}$ ದ $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೧}{೬}$ ದ $\frac{೨}{೧೨}$; $\frac{೫}{೧೨}$ ದ $\frac{೩}{೫}$;

(೪) $\frac{೩}{೮}$ ದ $\frac{೪}{೫}$; $\frac{೩}{೮} \times \frac{೧}{೨}$; $\frac{೫}{೬}$ ದ $\frac{೪}{೧೫}$; $\frac{೩}{೪}$ ದ $\frac{೯}{೧೦}$;

(೫) $\frac{೪}{೫} \times \frac{೫}{೬}$; $\frac{೫}{೬} \times \frac{೩}{೫}$; $\frac{೭}{೧೫} \times \frac{೩}{೮}$; $\frac{೧}{೧೫} \times \frac{೧}{೧೮}$;

(೬) $\frac{೩}{೧೮}$ ದ $\frac{೭}{೨೧}$; $\frac{೧}{೧೬} \times \frac{೫}{೧೨}$; $\frac{೧}{೮} \times \frac{೩}{೧೪}$;

(೭) $\frac{೪}{೫}$ ದ $\frac{೫}{೬} \times \frac{೩}{೪}$, $\frac{೧}{೪}$ ದ $\frac{೧}{೬} \times \frac{೧}{೫}$.

∴ ೩/೪ ÷ ೨ = ೩/೮. ೩/೪ ದಿಂದ ಉತ್ತರಪದವಾದ ೩/೮ ವು ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಯಿತು ? ನೋಡಿರಿ. ಇಲ್ಲಿ ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುಕಡಿಮೆಯೇನೂ ಕಂಡು ಬರುವದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಛೇದ ೪ ರ ಬದಲು ೮ ಉಂಟಾಗಿದೆ. ಮತ್ತು ೮ = ೪ × ೨ ಎಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ∴ ೩/೪ ÷ ೨ = ೩/(೪×೨) = ೩/೪ × ೧/೨ ಎಂಬುದು ಸಿದ್ಧವಾಯಿತು. ಇಲ್ಲಿ (÷ ೨) ಬದಲಿಸಿ (× ೧/೨) ಆಗಿರುವದೆಂಬದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿರಿ.

ಇದನ್ನೇ ಬೇರೊಂದು ಬಗೆಯಿಂದಲೂ ಹೇಳಬಹುದು.

೩/೪ ಹೊಲದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ಗೋದಿಯನ್ನೂ ಅರ್ಧ ಹತ್ತಿಯನ್ನೂ ಬಿತ್ತಿದೆಯಾದ್ದರಿಂದ ಗೋದಿ ಅಥವಾ ಹತ್ತಿಯನ್ನು ಬಿತ್ತಿದ ಭಾಗವೆಂದರೆ ೩/೪ ಹೊಲದ ಅರ್ಧ ಭಾಗ = ೩/೪ ಹೊಲದ ೧/೨ ಭಾ. = ೩/೪ × ೧/೨ ಎಂಬುದು ಸಿದ್ಧ.

∴ ೩/೪ ÷ ೨ = ೩/೪ದ ಅರ್ಧ = ೩/೪ದ ೧/೨ = ೩/೪ × ೧/೨ = ೩/೮ ಹೊಲ. ಉತ್ತರ.

ಇಲ್ಲಿಯಾದರೂ ಭಾಗಿಲೇ ಚಿಹ್ನವು ಬದಲಿಸಿ ಗುಣಿಲೇ ಹೇಗೆ ಆಗಿದೆ ಎಂಬದನ್ನು ಲಕ್ಷಗೊಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ ಅಂದರೆ (÷ ೨) ಬದಲಿಸಿ (× ೧/೨) ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾಣಿರಿ.

ನಿಯಮ:— ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವದಾದಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸತಕ್ಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯನ್ನು ೧ ಛೇದವುಳ್ಳದ್ದನ್ನು ತಿರುವುಮುರುವು ಮಾಡಿಟ್ಟು ಭಾಜ್ಯವಾದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಮಾದರಿ ಉದಾ:— ೧/೪ ತೊಲಿ ಬಂಗಾರದಲ್ಲಿ ೧೦ ಗುಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಗುಂಡಿನಲ್ಲಿಯ ಬಂಗಾರದ ತೂಕವೆಷ್ಟು ?

ಒಂದು ಗುಂಡಿನ ತೂಕವೆಂದರೆ ೧/೪ ತೊ. ÷ ೧೦ = ೧/೪ ತೊಲಿಯ ೧/೧೦ = ೧/೪ × ೧/೧೦ ತೊ.

∴ ಒಂದು ಗುಂಡಿನ ತೂಕ = ೧/೪ × ೧/೧೦ = ೧/೪೦ ತೊಲಿ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೪)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೨–೩)

(೧) ಆಕೃತಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಮಾಡಿರಿ.
೧/೩ ÷ ೪ = ೧/೧೨; ೧/೩ ÷ ೨ = ೧/೬; ೩/೪ ÷ ೪ = ೩/೧೬.

(೨) ೪/೫ ÷ ೮; ೭/೯ ÷ ೪; ೨/೩ ÷ ೪; ೩/೪ ÷ ೯.

(೩) ೧೪/೧೫ ÷ ೭; ೬/೭ ÷ ೧೨; ೯/೧೦ ÷ ೬; ೨ ೩/೫ ÷ ೬.

(೪) ೯/೧೦ ÷ ೧೨; ೧ ೩/೭ ÷ ೯; ೩ ೮/೯ ÷ ೧೫; ೬ ೨/೩ ÷ ೧೦.

(೫) ೬ ವಾರಕ್ಕೆ ೪ ೨/೭ ರೂ. ಗಳಾದರೆ ೧ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ ಏನು?

(೬) ೮ ಘಡಿಗೆ ೯ ೩/೭ ರೂಪಾಯಿ ಆದರೆ ೧ ಘಡಿ ಬಟಾಟಿಗೇನು ?

(೭) ೬ ದೀಪಗಳು ೧ ದಿವಸ ಉರಿದರೆ ೫ ೪/೭ ಸೇರು ಎಣ್ಣೆ ಬೇಕು. ಆದರೆ ೧ ದೀಪ ೧ ದಿವಸ ಉರಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರು ಎಣ್ಣೆ ಬೇಕು ?

(೮) ೭ ಡಝನ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗೆ ೧೨ ೪/೭ ರೂ. ಗಳು. ಆದರೆ ೧ ಡಝನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗೇನು ?

(೯) ೧೨ ಹುಡುಗರಲ್ಲಿ ೭ ೫/೬ ಸೇರು ಮಿಠಾಯಿ ಹಂಚಿದರೆ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬನಿಗೆಷ್ಟು ಸೇರು ಮಿಠಾಯಿ ದೊರೆಯುವದು ?

(೧೦) ೯ ಸೇರಿಗೆ ೧೫ ೪/೫ ಆ. ಗಳಾದರೆ ೧ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೧) ಬೀರನು ೬ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ೧೯ ೩/೭ ಮೈಲು ನಡೆಯುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ಅವನ ತಾಸಿನ ವೇಗವೆಷ್ಟು ?

(೧೨) ಒಬ್ಬ ಉಪ್ಪಾರನು ೮ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ೧೮ ೩/೭ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಗಳಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ಅವನ ದಿನಗೂಲಿ ಎಷ್ಟು ?

(೧೩) ೪/೫, ೪/೭ ಗಳ ಬೇರೀಜಕ್ಕೆ ೫ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ.

(೧೪) ೩ ೨/೭ − ೧ ೪/೯ ಇದಕ್ಕೆ ೧೨ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ.

(೧೫) ೩/೭ + ೨ ೩/೫ − ೧/೨ ಇದಕ್ಕೆ ೮ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿರಿ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವದು

ಉದಾ:— (೧) ೫/೮ ರೂ. ಗೆ ಒಂದು ಪೌಂಡು ಮೆಣಶಿನಕಾಯಿ ಆದರೆ ೫ ರೂ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಪೌಂಡು ಮೆಣಶಿನಕಾಯಿ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ ?

ವಿವರಣೆ:— ೫ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ೫/೮ ರೂ. ದಂಥ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೋ ಅಷ್ಟು ಪೌಂಡು ಮೆಣಶಿನಕಾಯಿ ಬರುವವು.

∴ ೫ ರೂಪಾಯಿಗೆ ಸಿಗುವ ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಯೆಂದರೆ ೫ ರೂ. ÷ ೫/೮ ರೂ.ಗಳಷ್ಟು ಪೌಂಡು. ಇನ್ನು ೫/೮ ರೂ.ಯೆಂದರೆ ೫ ಚವಲಿಗಳು. ೫ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ೫ ಚವಲಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಾಗುವವು ? ಎಂಬದನ್ನು ನೋಡುವಾ.

∴ ೫ ರೂ. = ೫ × ೮ = ೪೦ ಚವಲಿಗಳು. ∴ ೪೦ ಚವಲಿಗಳಲ್ಲಿ ೫ ಚವಲಿಗಳ ೪೦ ÷ ೫ ಅಥವಾ ೪೦ರ ೧/೫ = ೪೦ × ೧/೫ = ೮ ಗುಂಪುಗಳು.

∴ ೫ ರೂ. ÷ ೫/೮ = ೪೦/೧ ÷ ೫/೧ = ೪೦/೧ × ೧/೫ = (೫ × ೮)/೧ × ೧/೫.

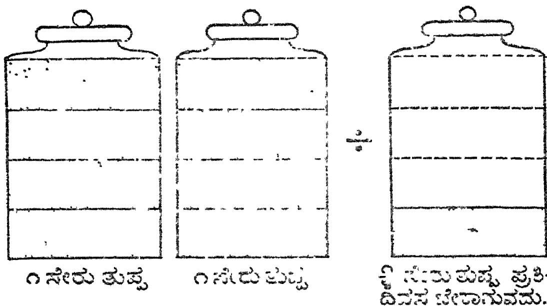
∴ $\frac{೩}{೧}$ ರೂ. ÷ $\frac{೩}{೮}$ = $\frac{೩}{೧}$ × $\frac{೮}{೩}$ = ೮ ಗುಂಪುಗಳು. ∴ ೮ ಪಾಂ, ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿ. ಉತ್ತರ.

ಇಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಲೆ ಚಿಹ್ನವು ಹೋಗಿ ಗುಣಿಲೆ ಬಂದದ್ದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಭಾಗಿಲೆ ಚಿಹ್ನವು ಬದಲಾಗಿ ಗುಣಿಲೆ ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಭಾಜಕವನ್ನು ತಿರುವುಮುರುವು ಮಾಡಿ ಇಡಬೇಕು. (÷ $\frac{೩}{೮}$ ವನ್ನು × $\frac{೮}{೩}$ ವೆಂದು ಇಡಬೇಕು.)

ಉದಾ:— (೨) ಪ್ರತಿದಿನವೂ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇರಿನಂತೆ ಖರ್ಚು ಮಾಡಲು ೨ ಸೇರು ತುಪ್ಪವು ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳ ವರೆಗೆ ಸಾಲುವದು ?

ವಿವರಣೆ:— ೨ ಸೇರು ತುಪ್ಪದಲ್ಲಿ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇರಿನಂಥ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೋ ಅಷ್ಟು ದಿವಸಗಳ ವರೆಗೆ ಸಾಲುವದು. ∴ ದಿವಸಗಳು =



೨ ಸೇ. ÷ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇರು. ಇನ್ನು ೨ ಸೇರಿನಲ್ಲಿ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇರಿನಂಥ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆಂಬದನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ.

(ಆಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ) ಒಂದೊಂದು ಸೇರಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇರಿನ ಭಾಗದಂಥ ೪ ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ∴ ೨ ಸೇರುಗಳಲ್ಲಿ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇರಿನಂಥ (೨ × ೪ =) ೮ ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆಂಬದೂ ಸ್ಪಷ್ಟ.

∴ ೨ ಸೇ. ÷ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇ. = $\frac{೨}{೧}$ × $\frac{೪}{೧}$ = ೮ ದಿವಸಗಳು. ಉತ್ತರ.

ಇಲ್ಲಿಯೂ ಭಾಗಾಕಾರದ ಚಿಹ್ನವು ಗುಣಾಕಾರದ ಚಿಹ್ನವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೫) (ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೨ ರಿಂದ ೪)

(೧) ಆಕೃತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

೩ ÷ ೧/೩; ೫ ÷ ೫/೬; ೩ ÷ ೧ ೧/೩;

(೨) ೯ ÷ ೧ ೪/೫; ೧೨ ÷ ೬/೭; ೧೮ ÷ ೨ ೧/೮;

(೩) ೩೫ ÷ ೨ ೧/೭; ೧೪ ÷ ೧ ೩/೪; ೨೨ ÷ ೨ ೧/೫;

(೪) ೩೬ ÷ ೩ ೨/೫; ೪೨ ÷ ೨ ೫/೮; ೪೯ ÷ ೪ ೨/೭;

(೫) ೯ ÷ ೧ ೪/೫; ೧೮ ÷ ೨ ೨/೫; ೧೨ ÷ ೧ ೧/೮;

(೬) ೧/೩ ಮಣ ಹಿಡಿಯುವ ಎಷ್ಟು ಡಬ್ಬಿಗಳಲ್ಲಿ ೪ ಮಣ ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಹಾಕಬಹುದು ?

(೭) ತಾಸಿಗೆ ೪ ಮೈಲಿನಂತೆ ನಡೆಯುವ ಮನುಷ್ಯನಿಗೆ ೧ ೨/೫ ಮೈ. ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ತಾಸು ಹತ್ತುವದು ?

(೮) ೨೪ ಫೂಟು ಉದ್ದವಿರುವ ಹಲಗೆಯಲ್ಲಿ ೨ ೨/೩ ಫೂಟಿನ ತುಂಡುಗಳೆಷ್ಟಾಗುವವು ?

(೯) ದಿನಾಲು ೧ ೧/೨ ರೂ. ಕೂಲಿಯನ್ನು ದೊರಕಿಸುವ ನೇಕಾರನು ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ೨೭ ರೂ. ಕೂಲಿಯನ್ನು ಗಳಿಸುವನು ?

(೧೦) ೨/೩ ರೂ. ಗೆ ೧ ವಾರಿನಂತೆ ೮ ರೂ.ಗಳ ಅರಿವೆಯನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ವಾರ ಅರಿವೆ ದೊರೆಯುವದು ?

(೧೧) ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೩ ೧/೨ ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಗುಣಾಕಾರವು ೧೫ ಬರುವದು ?

(೧೨) ೧೫ ಫೂಟು ಉದ್ದವಾದ ದಾರದಲ್ಲಿ ೧ ೧/೪ ಫೂಟಿನ ತುಂಡುಗಳು ಎಷ್ಟು ಆಗುವವು ?

(೧೩) ೩ ೧/೩ ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ ರಂಗನು ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ ಒಂದು ಪುಟವನ್ನು ಓದುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೧ ೧/೨ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪುಟಗಳನ್ನು ಓದಬಹುದು ?

(೧೪) ಒಬ್ಬ ಉಪ್ಪಾರನು ದಿನಕ್ಕೆ ೫ ೧/೪ ಫೂಟು ಉದ್ದವಾದ ಗೋಡೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟುತ್ತಾನೆ. ೨೪ ಫೂ. ಉದ್ದವಾದ ಗೋಡೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳು ಬೇಕು ?

(೧೫) ೧ ೩/೭ × ? = ೨೫; ? × ೨ ೧/೫ = ೮೦. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

(ಭಾಗ ೩)

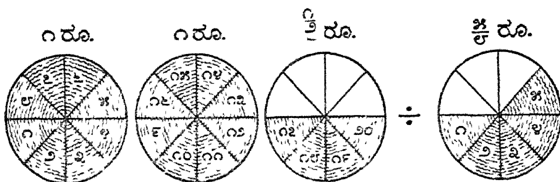
ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳಿಗೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವದು

ಉದಾ:— (೧) $\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಗೊಂದು ಪೌಂಡಿನಂತೆ ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ?

ವಿವರಣೆ:— ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ $\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ದಂಥ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೋ ಅಷ್ಟು ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

∴ ಪೌಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ= ೨$\frac{೧}{೨}$ರೂ. ÷ $\frac{೫}{೮}$ರೂ. ಅಂದರೆ $\frac{೫}{೨}$ರೂ. ÷ $\frac{೫}{೮}$ರೂ.

ಇನ್ನು $\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಯೆಂದರೆ ೫ ಚವಲಿಗಳು. ಮತ್ತು ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ೨೦ ಚವಲಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ∴ ೨೦ ಚವಲಿಗಳಲ್ಲಿ ೫ ಚವಲಿಗಳ ($\frac{೨೦}{೫}$ =) ೪ ಗುಂಪುಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ∴ ೪ ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.



ಮೇಲಿನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ÷ ಚಿಹ್ನದ ಎಡಗಡೆಗೆ ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಗಳು ಇವೆ. ಒಂದೊಂದರಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ೮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವೆಲ್ಲವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ೨೦ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. (೨$\frac{೧}{೨}$ = $\frac{೨೦}{೮}$) ಬಲಗಡೆಗೆ $\frac{೫}{೮}$ ಭಾಗವಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಅಂಥವೇ ೫ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ಇಂಥ ೫ ಭಾಗಗಳ ಗುಂಪು ಎಡಗಡೆಯ ೨೦ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ೨೦ ÷ ೫ = ೪ ಆಗುವವು.

∴ ೨$\frac{೧}{೨}$ = $\frac{೫}{೨}$ = $\frac{೨೦}{೮}$ (ಛೇದ ೮ ಬರುವಂತೆ ಬರೆದಿದೆ) ಇದು $\frac{೫}{೮}$ ಛೇದದಷ್ಟು ?

∴ ೨$\frac{೧}{೨}$ ÷ $\frac{೫}{೮}$ = $\frac{೨೦}{೮}$ ÷ $\frac{೫}{೮}$ (ಸಮಚ್ಛೇದ ಕೊಟ್ಟಂತಿದೆ.) = ೨೦ ÷ ೫ = ೪.

∴ ೪ ಪೌಂಡು ಡಾಲ್ಡಾ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಮೇಲೆ ಅನುಸರಿಸಿದ ಕ್ರಮವನ್ನು ವಿಮರ್ಶಿಸುವಾ.

(೧) ೧ ರೂ. ಯಲ್ಲಿ ೮ ರಂತೆ ೧೫/೪ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿಯೂ ೫/೮ ರೂ. ಯಲ್ಲಿಯೂ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದೆವು; ೧೫/೪ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ೩೦ ಅಂದರೆ ರೂ. ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ೮ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾದವು ಮತ್ತು ೫/೮ ರೂ. ಯಲ್ಲಿ ೫ ಆದವು.

(೨) ಈ ೩೦ ಸಣ್ಣ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ೫ ಭಾಗಗಳಂತಹ ಎಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಾದವೆಂಬವನ್ನು ನೋಡಲಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ೩೦ ÷ ೫ ಇದರಿಂದ ನಮಗೆ ಉತ್ತರ ದೊರೆತಿದೆ. ಇನ್ನು ಮೊದಲನೆಯ ಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ೧ ರೂ. ಯಲ್ಲಿ ೮ ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗುವಂತೆ ಮಾಡಿದೆ. ಆ '೮' ಎಲ್ಲಿಯದು? ಅದು ಭಾಜಕವಾದ ೫/೮ ದ ಛೇದವು; ೨ನೆಯ ಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ೫ರ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಆ '೫' ಎಲ್ಲಿಯದು? ಅದು ಭಾಜಕವಾದ ೫/೮ ದ ಅಂಶವಲ್ಲವೇ? ಇವೆರಡೂ ಕೃತಿಗಳನ್ನು ಒಮ್ಮೆಲೇ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ತೆಗೆಯಬಹುದೇ? ನೋಡುವಾ.

೧ನೆಯ ಕೃತಿಯಿಂದ (೧೫/೪ =) ೧೫/೪ × ೮. (= ೩೦).

೨ನೆಯದ್ದರಿಂದ ೩೦ ÷ ೫ ಅಂದರೆ ೧೫/೪ × ೮ ÷ ೫ ಅಥವಾ ೧೫/೪ × ೮ × ೧/೫.

∴ ೧೫/೪ ÷ ೫/೮ = ೧೫/೪ × ೮/೫ ಎಂದು ಒಮ್ಮೆಲೆ ಬರೆಯಬಹುದು ಏಕೆ?

ಈ ಮೆಟ್ಟಲಿನಲ್ಲಿ ಆಗುವ ಚಿಹ್ನದ ಬದಲನ್ನು ಲಕ್ಷಿಸಿರಿ. [೮ × ೧/೫ = ೮/೫ ಎಂದು] ಹಿಂದೆ ಕಲಿತ ನಿಯಮದಂತೆ ಇಲ್ಲಿಯೂ (÷ ೫/೮) ದರ ಬದಲು (× ೮/೫) ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಭಾಜಕವಾದ ೫/೮ ವನ್ನು ತಿರುವುಮುರುವು ಇಟ್ಟು ಗುಣಿಸಬೇಕೆಂದು ಹೇಳುತ್ತದಲ್ಲವೇ?

ನಿಯಮ:—ಯಾವದೊಂದು ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಂದು ಅ. ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ವಿಷಮ ಅ. ಗಳ ರೂಪ ಕೊಡುವದು (ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ). ಆಮೇಲೆ ಭಾಜಕವಾದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ತಿರುವುಮುರುವು ಮಾಡಿಟ್ಟು ಭಾಜ್ಯಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸುವದು.

ಉದಾ:— (೨) ೩/೪ ರೂ. ಗೆ ಸೇರಿನಂತೆ ೧೫/೮ ರೂ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ?

ರೀತಿ:— ೧೫/೮ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ೩/೪ ರೂ. ದಂಥ ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೋ ಅಷ್ಟು ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ೧೫/೮ ರೂ. ÷ ೩/೪ ರೂ.= ಇಚ್ಛಿತ ಸೇರು. ಇನ್ನು ೧೫/೮ ರೂ. = ೧೩/೮ ರೂ. ಅಂದರೆ ೧೩ ಚವಲಿಗಳು.

ಮತ್ತು $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. = ೧ ಪಾವಲಿ = ೨ ಚವಲಿ; ∴ ೧೩ ಚವಲಿಗಳಲ್ಲಿ ೨ ಚವಲಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳೆಷ್ಟಾಗುವವು?

೧೩ ÷ ೨ ಗುಂಪುಗಳು ಇಷ್ಟೇ ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

∴ ೧$\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ÷ $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. = $\frac{೧೩}{೮}$ ರೂ. ÷ $\frac{೧}{೪}$ ರೂ.

= $\frac{೧೩}{೮}$ ÷ $\frac{೨}{೮}$ ಸಮಚ್ಛೇದ ರೂಪ ಕೊಟ್ಟದ್ದು.

= ೧೩ ÷ ೨ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಅಂಶದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಂತಿದೆ.

= $\frac{೧೩}{೨}$ = ೬$\frac{೧}{೨}$ ಸೇರು.

೨ನೆಯ ರೀತಿ:— ೧$\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. ದಂಥ ಎಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಾಗುತ್ತವೆಂಬದನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ. ಇಲ್ಲಿ $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. = ೧ ಪಾವಲಿ, ಅಂದರೆ ೧ ರೂ. ಗೆ ೪ ಪಾವಲಿಗಳು. ∴ ೧$\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಪಾವಲಿಗಳು? ರೂ. ಗಳ ೪ ಪಟ್ಟು ಪಾವಲಿಗಳು.

∴ ೧$\frac{೫}{೮}$ × ೪ = $\frac{೧೩}{೮}$ × ೪ ಇಷ್ಟು ಪಾವಲಿಗಳು. ∴ ಇಷ್ಟೇ ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆ.

∴ ೧$\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ÷ $\frac{೧}{೪}$ = $\frac{೧೩}{೮}$ ÷ $\frac{೧}{೪}$ = $\frac{೧೩}{೮}$ × $\frac{೪}{೧}$.

ಇಲ್ಲಿಯಾದರೂ ಚಿಹ್ನದ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ. (÷ $\frac{೧}{೪}$) ಬದಲಾಗಿ (× $\frac{೪}{೧}$) ಆಗಿದೆ. ∴ ಮೇಲಿನ ನಿಯಮವು ಸಿದ್ಧವಾದಂತಾಯಿತು.

ನಿಯಮ:— (೧) ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಮಚ್ಛೇದರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಅಂಶಕ್ಕೆ ಅಂಶದಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.

ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮ— (೧) ಭಾಜ್ಯ, ಭಾಜಕಗಳಾದ ಎರಡೂ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕದ ರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. (೨) ಭಾಜಕವಾದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ತಿರುವುಮುರುವು ಮಾಡಿಟ್ಟು ಭಾಜ್ಯಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಟ್ಟು ಇಡಬೇಕು. ಮತ್ತು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪಕೊಟ್ಟು ಇಡಬೇಕು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— ೧ ರೂ.ಗೆ ೧$\frac{೧}{೩}$ ವಾರ ರೇಶಿಮೆಯ ಅರಿವೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ $\frac{೧}{೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ ಏನು?

ರೀತಿ:— $\frac{೧}{೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯಲ್ಲಿ ೧$\frac{೧}{೩}$ ವಾರಿನಂತಹ ಎಷ್ಟು ತುಂಡುಗಳಾಗುತ್ತವೋ ಅಷ್ಟು ರೂ.ಗಳು ∴ $\frac{೧}{೪}$ ವಾರ ÷ ೧$\frac{೧}{೩}$ ವಾ. = $\frac{೧}{೪}$ ವಾ. ÷ $\frac{೪}{೩}$ ವಾ.

∴ $\frac{೧}{೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ = $\frac{೧}{೪} \div \frac{೩}{೨}$ ರೂ.

= $\frac{೧}{೪} \times \frac{೨}{೩}$ ರೂ. ಸಂಕ್ಷೇಪರೂಪ ಕೊಡಲು

= $\frac{೧}{೬}$ ರೂ.

∴ $\frac{೧}{೪}$ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ಬೆಲೆ $\frac{೧}{೬}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೬)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೨ ರಿಂದ ೫)

(೧) ಆಕೃತಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$೧\frac{೧}{೨} \div \frac{೧}{೨} = ೩$; $೧\frac{೧}{೩} \div \frac{೧}{೩} = ೪$; $\frac{೧}{೨} \div \frac{೪}{೧} = \frac{೧}{೮}$.

(೨) $\frac{೪}{೩} \div \frac{೨}{೩}$; $\frac{೩}{೪} \div \frac{೨}{೩}$; $\frac{೪}{೭} \div \frac{೩}{೭}$.

(೩) $\frac{೧}{೨} \div \frac{೨}{೩}$; $\frac{೪}{೯} \div \frac{೧೬}{೨೭}$; $\frac{೭}{೮} \div \frac{೩}{೪}$.

(೪) $\frac{೧}{೪} \div \frac{೩}{೪}$; $\frac{೭}{೧೦} \div ೧\frac{೪}{೫}$; $\frac{೫}{೮} \div \frac{೫}{೬}$.

(೫) $\frac{೩೫}{೩೬} \div \frac{೭}{೬}$; $\frac{೨೮}{೩೩} \div \frac{೭}{೧೧}$; $\frac{೧೦}{೧೧} \div \frac{೨೫}{೩೩}$.

(೬) $\frac{೧೧೭}{೫೧೯} \div \frac{೨೬}{೫೧}$; $\frac{೧೫೬}{೨೧೭} \div \frac{೨೬}{೩೧}$; $\frac{೧೬}{೨೧} \div \frac{೧೨೮}{೧೪೭}$.

(೭) $೪\frac{೫}{೭} \div \frac{೧೧}{೧೪}$; $೧\frac{೧}{೪} \div \frac{೧೫}{೨೮}$; $೧\frac{೭}{೮} \div \frac{೩}{೪}$.

(೮) $೩\frac{೪}{೫} \div ೫\frac{೭}{೧೦}$; $೨\frac{೩}{೫} \div ೨\frac{೧}{೬}$; $೩\frac{೭}{೮} \div ೧\frac{೧೫}{೧೬}$.

(೯) $೧೨\frac{೧}{೨} \div ೧೮\frac{೩}{೪}$; $೧೮\frac{೧}{೫} \div ೧\frac{೩}{೧೦}$; $೮\frac{೪}{೯} \div ೩\frac{೧}{೬}$.

(೧೦) $೫\frac{೧೫}{೧೬} \div ೪\frac{೩}{೪}$; $೧೬\frac{೨}{೩} \div ೧೨\frac{೧}{೨}$; $೫\frac{೫}{೬} \div ೧\frac{೫}{೯}$.

(೧೧) ೧ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆಗೆ $೧೨\frac{೧}{೨}$ ಆಣೆ ಆದರೆ $೬\frac{೧}{೪}$ ಆಣೆಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಬೆಣ್ಣೆ ಬರುವದು ?

(೧೨) ೧ ಡಝನ್ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗೆ $೧\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಆದರೆ $೪\frac{೧}{೮}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಡಝನ್ ಹಣ್ಣುಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ ?

(೧೩) $೩\frac{೧}{೩}$ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ಪೆಂಟಿಯ ಬೆಲೆ $೨೮\frac{೧}{೮}$ ರೂ. ಆದರೆ ೧ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೪) $೨\frac{೧}{೨}$ ಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಗುಣಾಕಾರವು $೧೩\frac{೧}{೨}$ ಬರುವದು ?

(೧೫) $೧\frac{೭}{೮}$ ರೂ. ಗೆ ಒಂದು ತೊಲಿಯಂತೆ $೭\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಗಳ ಬೆಳ್ಳಿಯನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ತೊಲಿ ಬರುವದು ?

(೧೬) $೩\frac{೨}{೩}$ ರೂ. ಗೆ ೧ ದಸ್ತಿನಂತೆ $೧೧\frac{೨}{೩}$ ರೂ. ಗಳ ಹಾಳಿಯನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ದಸ್ತು ದೊರೆಯುವವು ?

(೧೭) $೭\frac{೧}{೩}$ ಸೇರು ಹತ್ತಿಯಿಂದ $೨\frac{೧}{೪}$ ಸೇರು ಅರಳೆಯು ಹೊರಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೧ ಸೇರು ಹತ್ತಿಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ಸೇರು ಅರಳೆ ಹೊರಡುತ್ತದೆ ?

(೧೮) ಒಬ್ಬನು $೩\frac{೨}{೫} \div ೧\frac{೨}{೫}$ ಇದರ ಉತ್ತರವನ್ನು $೭\frac{೨}{೩}$ ಎಂದು ಇಟ್ಟಿದ್ದಾನೆ. ಆದರೆ ನಿಜವಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೂ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೂ ಅಂತರವೇನು ?

ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಪದಾವಳಿಯ ಸರಳರೂಪ

ನಿಯಮಗಳು:— (೧) **ದ, ರ, ಗಳ** ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಂದ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದಗಳಲ್ಲಿ, **ದ, ರ, ಗಳ** ಇವುಗಳ ಬದಲು ಗುಣಾಕಾರ ಚಿಹ್ನವಿರುವದೆಂಬದನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿದೆಯಲ್ಲವೇ ? ಹಾಗಾದರೆ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಪದಾವಳಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ್ಗೆ ತೀರ ಮೊದಲು 'ದ' (ಅಥವಾ ರ, ಗಳ) ದಿಂದ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಒಂದು ಪದವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಆ ಮೇಲೆ ಕ್ರಮದಿಂದ ÷, × ಪದಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಅವುಗಳ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿಟ್ಟು +, − ಪದಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕು.

ಕಂಸಗಳು

(೨) ( ), { }, [ ] ಇವುಗಳಿಗೆ ದುಂಡು, ಮೀಸಿ, ಚೌಕ ಕಂಸಗಳೆನ್ನುವರು. ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಬಿಡಿಸಿ ಅವುಗಳ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬೇಕು.

(೩) ಒಂದುವೇಳೆ ಒಂದರೊಳಗೊಂದು ಕಂಸಗಳಿದ್ದರೆ ಕ್ರಮದಿಂದ ತೀರ ಒಳಗಿನ ಕಂಸನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತ ಕೊನೆಗೆ ಹೊರಗಿನ ಕಂಸನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— $೫\frac{೨}{೩}$ ದ $೧\frac{೧}{೫} \div (\frac{೬}{೭}$ ದ $೧\frac{೨}{೫} + ೧\frac{೧}{೫}) - ೧\frac{೨}{೫}$ ಇದಕ್ಕೆ ಸರಳರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

ಮೊದಲು ಕಂಸ, ಮತ್ತು 'ದ' ಪದಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕು. ∴ ಕಂಸದಲ್ಲಿ ಪದಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಕಂಸದಲ್ಲಿ 'ದ' ಮೊದಲು ಬಿಡಿಸಬೇಕು.

(೧) ಕಂಷಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವದು:—

$\frac{೬}{೭}$ ದ $೧\frac{೨}{೫} = \frac{೬}{೭} \times \frac{೭}{೫} = \frac{೬}{೫}$.

∴ $\frac{೬}{೭}$ ದ $೧\frac{೨}{೫} + ೧\frac{೧}{೫} = \frac{೬}{೫} + \frac{೬}{೫} = \frac{೧೨}{೫}$. .... (ಅ)

(೨) ಹೊರಗಿನ 'ದ' ಪದವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವದು.

೫ ೨/೩ ದ ೧ ೧/೫ = ೧೭/೩ × ೬/೫ = ೩೪/೫ .... (ಆ)

ಬಿಡಿಸಿದ, (ಅ) (ಆ) ಪದಗಳನ್ನು, ಅವುಗಳ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿಟ್ಟು ÷ ಪದವನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕು.

∴ ೩೪/೫ ÷ ೧೨/೫ = ೩೪/೫ × ೫/೧೨ = ೧೭/೬ .... (ಇ)

ಕೊನೆಗೆ '—' ಪದವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವದು.

(೩) ∴ ೧೭/೬ − ೧ ೫/೬ = ೧೭/೬ − ೧೧/೬ = ೬/೬ = ೧ ∴ ೧ ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೭)

ಕೆಳಗಿನ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸರಳರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(೧) ೪/೫ + ೭/೮ ದ ೪/೯ − ೧ ೪/೫; ೧ ೧/೭ × ೨/೫ ದ ೧ ೧/೪ − ೫/೧೪.
(೨) ೩/೧೦ + ೧/೩ − ೨/೫ ದ ೧ ೧/೪; ೧/೩೫ ದ ೫/೬ × ೫/೯ + ೧.
(೩) ೩/೧೫ ದ ೨/೪ × ೧/೩೫ ದ ೫/೬; ೩ ೧/೩ + ೪ ೨/೯ × ೬/೫ ÷ ೨/೫.
(೪) ೧ ೫/೬ ÷ ೨/೪ ದ ೨/೯ − ೭/೮; ೪ ೨/೪ + ೧/೮ ದ ೨/೯ × ೨/೩ − ೧/೧೬.
(೫) ೭/೮ − {೧/೨ + ೨/೪ ದ ೨/೯} (೬) ೮/೧೧ ÷ ೪/೭ ದ ೧/೧೧ − (೧೪ ೭/೮ − ೧೩ ೨/೪)
(೭) ೪/೫ ದ ೫/೬ ÷ (೧ ೭/೮ + ೫/೮) (೮) {೪ ೫/೬ ದ ೨/೩೯ + (೧/೨ + ೧/೮)} − ೨/೯.
(೯) ೪/೫ − (೭/೫ ದ ೧/೨) + ೧/೩ (೧೦) (೧೧ ೧/೪ × ೧ ೭/೯ − ೨ ೨/೪) × ೨/೯.
(೧೧) (೧/೩ − ೧/೯) ದ {೧/೪ + ೪ ೧/೪} (೧೨) {೧೧/೧೧ × ೫ ೧/೩} − (೨ ೪/೫ ÷ ೧ ೨/೬)
(೧೩) ೨ ೭/೯ ದ ೧ ೧/೫ − (೨/೯ + ೧/೨) (೧೪) ೩ ೧/೪ − {೫/೬ ದ ೨/೪ × ೪/೫ − ೨/೪ ದ ೧/೬ − ೧/೬}

ವಿವಿಧ ಪರಿಮಾಣಗಳ ರೂಪಾಂತರ

ಇಳಿಕೆಯು ರೂಪಾಂತರ

ಉದಾ:— (೧) ೩ ೩/೪ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ರೂ. ಆ. ಪೈಗಳ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

೩ ೩/೪ ಇದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಯುಕ್ತ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಇರುವದರಿಂದ ೩ ೩/೪ ರೂ. = ೩ ರೂ. + ೩/೪ ರೂ. ಎಂದು ಹೇಳಿದಂತಾಯಿತು. ಅಂದರೆ ೩ ೩/೪ ದಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದ ೩, ಪೂರ್ಣ ರೂ. ಗಳು; (೧) ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದ ಭಾಗ ೩/೪ ರೂ. ಇದಕ್ಕೆ ಆ. ಪೈಗಳ ರೂಪ ಕೊಡಬೇಕು. [೧೬ ಆ. = ೧ ರೂ.]

∴ $\frac{೧}{೩}$ ರೂ. = $\frac{೧}{೩}$ ರೂ. × ೧೬ ಆಣೆ

= $\frac{೧}{೩}$ × $\frac{೧೬}{೧}$ ಆಣೆ

= $\frac{೧೬}{೩}$ ಆಣೆ

∴ $\frac{೧}{೩}$ ರೂ. = ೫$\frac{೧}{೩}$ ಆಣೆ. ಇವರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯಾದ ೫, ಪೂರ್ಣ ಆಣೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುತ್ತದೆ.

∴ ೫ ಆಣೆಗಳು .... (೨)

ಇನ್ನು ಉಳಿದ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ಭಾಗ $\frac{೧}{೩}$ ಆಣೆಗೆ ಪೈ ರೂಪ ಕೊಡುವದು.

∴ $\frac{೧}{೩}$ ಆ. = $\frac{೧}{೩}$ × ೧೨ ಪೈ. [೧೨ ಪೈ = ೧ ಆಣೆ]

∴ $\frac{೧}{೩}$ ಆ. = ೪ ಪೈ .... (೩)

∴ ೩$\frac{೧}{೩}$ ರೂ. ಗಳೆಂದರೆ ೩ ರೂ., ೫ ಆ., ೪ ಪೈಗಳು ಉತ್ತರ.

ಉದಾ:— (೬) ೧$\frac{೧}{೮}$ ತೊಲಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಗುಂಜಿಗಳಾಗುವವು? ಮತ್ತು ೨ ಗುಂಜಿಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ಗುಂಡುಗಳೆಷ್ಟಾಗುವವು?

ರೀತಿ:— ಮೊದಲು ತೊಲಿಗೆ ಮಾಸಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಆ ಮೇಲೆ ಆ ಮಾಸಿಗಳಿಗೆ ಗುಂಜಿಗಳೆಷ್ಟಾಗುವವೆಂಬದನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು.

∴ ೧$\frac{೧}{೮}$ ತೊ. = $\frac{೯}{೮}$ ತೊ. ವಿಷಮ ಅಪೂರ್ಣಾಂಕ ರೂಪ. [೧೨ ಮಾ. = ೧ ತೊ.

= $\frac{೯}{೮}$ × $\frac{೧೨}{೧}$ ಮಾಸಿಗಳು. ೮ ಗುಂ. = ೧ ಮಾ.]

= $\frac{೨೭}{೨}$ ಮಾಸಿಗಳು. .... (೧)

ಇನ್ನು ಮಾಸಿಗೆ ಗುಂಜಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುವದು.

= $\frac{೨೭}{೨}$ × ೮ ಗುಂಜಿಗಳು.

∴ ೧$\frac{೧}{೮}$ ತೊ. = ೧೦೮ ಗುಂಜಿಗಳು .... (೨) ಉತ್ತರ.

∴ ೧$\frac{೧}{೮}$ ತೊಲಿಯಲ್ಲಿ ೧೦೮ ಗುಂಜಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇನ್ನು ೨ ಗುಂಜಿಗಳಿಗೆ ಒಂದರಂತೆ ಗುಂಡುಗಳೆಷ್ಟಾಗುವವು? ∴ ಗುಂಜಿಗಳಿಗೆ ೨ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾಗುವದು. ∴ ಗುಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = ೧೦೮ ಗುಂ. ÷ ೨ = ೫೪ ಗುಂಡುಗಳು.

∴ ೧$\frac{೧}{೮}$ ತೊಲಿಯಲ್ಲಿ ೫೪ ಗುಂಡುಗಳಾಗುತ್ತವೆ. .... (೩) ಉತ್ತರ.

ನಿಯಮ:— ಇಳಿಕೆಯ ರೂಪಾಂತರದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಸಣ್ಣ ಪರಿಮಾಣಕ್ಕೆ ತರುವದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕ್ರಮದಿಂದ ದೊಡ್ಡ

ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣದು; ಆ ಸಣ್ಣದಕ್ಕಿಂತ ಕೀಳ ಸಣ್ಣದು ಪರಿಮಾಣಗಳು ಆಗುವಂತೆ ಕೋಷ್ಟಕದಂತೆ ಗುಣಿಸುತ್ತ ಹೋಗಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೮)

(೧) ೧ ೯/೧೬, ೩/೪, ೭/೮; ೫/೧೬ ಮತ್ತು ೨ ೧/೪ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಆಣೆ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ.

(೨) ೭/೮, ೧ ೫/೧೨, ೨ ೩/೪, ೧ ೫/೧೬ ತೊಲಿಗಳಿಗೆ ಮಾಸಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಗೆ ಗುಂಜಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

(೩) ೩/೪, ೫/೮, ೫/೧೬, ೨ ೧/೩ ಮತ್ತು ೫ ೧/೧೨ ದಿ.ಗಳಿಗೆ ತಾಸುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

(೪) ೨/೩; ೫/೮; ೧/೮; ೩ ೧/೩; ೨ ೧/೧೨ ಯಾರ್ಡುಗಳಿಗೆ ಇಂಚುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

(೫) ೨/೫; ೫/೯; ೧ ೨/೫; ೩ ೧/೧೨; ೭ ೧/೧೨ ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ತಿಂಗಳುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

(೬) ೨/೩; ೧/೧೨; ೩/೪; ೫/೧೬; ೧ ೫/೧೨ ಮಣಗಳಿಗೆ ಸೇರಿನ ರೂಪ ಕೊಡಿರಿ. (೪೮ ಸೇ. = ೧ ಮಣ)

(೭) ೩ ಆಣೆಗಳಿಗೊಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್‍ದಂತೆ ೨ ೩/೪ ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲುಗಳು ?

(೮) ೨ ಬಿಲ್ಲಿಗೊಂದರಂತೆ ೧ ೩/೧೨ ರೂ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಲಿಂಬೀಹಣ್ಣುಗಳು ?

(೯) ೧ ಆ.ಗೆ ೧ ಸೇ. ಬದನೇಕಾಯಿ ಆದರೆ ೨ ೧/೧೨ ರೂ.ಗೆಷ್ಟು ಸೇರು ?

(೧೦) ೧ ಮಿನಿಟಿಗೆ ೩ ಕೊಡಗಳಂತೆ ನಳದಿಂದ ನೀರು ಬರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೩/೫ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೊಡ ನೀರು ಬರುವದು ?

(೧೧) ೩ ೩/೪ ಯಾರ್ಡ ಉದ್ದವಾದ ಒಂದು ಕಬ್ಬಿಣ ಸಳಿಯಲ್ಲಿ ೩ ಇಂಚು ಉದ್ದವಾದ ತುಂಡುಗಳೆಷ್ಟಾಗುವವು ?

(೧೨) ೨ ೧/೪ ತೊಲಿ ಬಂಗಾರದಲ್ಲಿ ೧ ಮಾಸಿ ತೂಕದ ಪದಕಗಳು ಎಷ್ಟಾಗುವವು ?

(೧೩) ೧೮ ೩/೪ ಮೈಲು ಉದ್ದವಾದ ತಾರಿನ ತಂತಿಯು ೧/೧೨ ಫರ್ಲಾಂಗು ಅಂತರಕ್ಕೊಂದರಂತೆ ನಿಲ್ಲಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ತಾರಕಂಬಗಳ ಮೇಲೆ ಹಾಯುವದು ?

(೧೪) ೫ ೧/೧೨ ಮೈ. ಎತ್ತರವಾಗಿ ವಿಮಾನಗಳು ಹಾರಬಲ್ಲವು. ಆವುಗಳಿಂದ ೨೯೦೦೨ ಫೂ. ಎತ್ತರವಾದ ಗೌರೀಶಂಕರ ಶಿಖರವನ್ನು ಮುಟ್ಟಬಹುದೇ?

(೧೫) ೩ ಮಿನಿಟಿಗೆ ೧ ಪುಟವನ್ನು ಓದಬಲ್ಲೆನು. ಆದರೆ ಒಂದು ಕತೆ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ೨ ೧/೨ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಿದರೆ ಆ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿದ್ದ ಪುಟಗಳೆಷ್ಟು ?

ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟು ಪಾಲುಗಳ ಕಲ್ಪನೆ

ಭಾಗ ೩.

ಉದಾ (೧):— ೧ ಟೆಂಗಿನಕಾಯಿಗೆ ೪ ಆಣೆಗಳಾದರೆ ೩ ಟೆಂಗಿನ ಕಾಯಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ವಸ್ತು: ∴ ವಸ್ತು + + = ೩ ಗಳು.

ಬೆಲೆ : ೪ಆಣೆ ಬೆಲೆ ೪ಆ. + ೪ಆ. + ೪ಆ. = ೩×೪ಆ.ಗಳು=೧೨ಆ.ಗಳು.

ವಿವರಣೆ:— ಇಲ್ಲಿ ೩ ಟೆಂಗಿನಕಾಯಿ ೧ ಕಾಯಿಯ ೩ ಪಟ್ಟು. (೩ ÷ ೧ = ೩ ಪ.) ∴ ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಯಾದರೂ ೧ ಕಾಯಿಯ ಬೆಲೆಯ ೩ ಪಟ್ಟು.

ಉದಾ (೨):— ೨ ರೂ. ಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ೮ ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕಂಪಾಸ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು ಬರುವವು?

ಬೆಲೆ: [೨ರೂ] ನೋಟು ∴ ಬೆಲೆ [೨ರೂ] + [೨ರೂ] + [೨ರೂ] + [೨ರೂ] = ೪ [೨ರೂ] ಗಳು

ವಸ್ತು. [ಕಂ] ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ವಸ್ತು [ಕಂ] + [ಕಂ] + [ಕಂ] + [ಕಂ] = ೪ [ಕಂ] ಗಳು

ವಿವರಣೆ:— ಇಲ್ಲಿ ೮ ರೂ. ೨ ರೂ. ಗಳ ೪ ಪಟ್ಟು ಏಕೆ? ೮ ರೂ. ÷ ೨ ರೂ. = ೪ ಪಟ್ಟು ∴ ೮ ರೂ. ಗೆ ಸಿಗುವ ಕಂಪಾಸು ೨ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಸಿಗುವ ಕಂಪಾಸಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ೪ ಪಟ್ಟು.

ಉದಾ (೩):— ೧ ಮಣ ಬೆಲ್ಲಕ್ಕೆ ೪ ರೂ. ಗಳಾದರೆ ½ ಮಣಕ್ಕೇನು? ಮತ್ತು ೨½ ಮಣಗಳಿಗೆಷ್ಟು?

(೧)

ವಸ್ತು [೧ ಮ] ∴ ವಸ್ತು [½ ಮ] ಆದರೆ ½ ಮಣ ಬೆಲ್ಲ

ಬೆಲೆ: ೪ ರೂ ಬೆಲೆ: ೨ ರೂ. = ½ × ೪ ರೂ.

(೨) ಮತ್ತು

ವಸ್ತು: [೧ ಮ.] + [೧.ಮ.] + [½ ಮ.] = ೨½ [೧ ಮ] ಬೆಲ್ಲ

ಬೆಲೆ: ೪ರೂ. + ೪ರೂ. + ೨ ರೂ. = ೨½×೪ರೂ.=೧೦ರೂ.

ವಿವರಣೆ:— ಮೊದಲನೆಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ೧/೨ ಮಣ ಬೆಲ್ಲ, ೧ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ೧/೨ ಪಟ್ಟು ಅಥವಾ ೧/೨ ಭಾಗ. (೧/೨ ಮಣ ÷ ೧ ಮಣ = ೧/೨ ಪಟ್ಟು)

∴ ೧/೨ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆಯು ೧ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆಯ ೧/೨ ಭಾಗ ಅಂದರೆ ೪/೧ × ೧/೨ = ೨ ರೂ.

ಎರಡನೆಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ೨೧/೨ ಮಣ ಬೆಲ್ಲವು ೧ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ೨೧/೨ ಪಟ್ಟು (= ೨೧/೨ ಮಣ ÷ ೧ ಮಣ)

∴ ೨೧/೨ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆಯು ೧ ಮಣ ಬೆಲ್ಲದ ಬೆಲೆಯ ೨೧/೨ ಪಟ್ಟು, ಅಂದರೆ ೨೧/೨ ಪಟ್ಟು × ೪ ರೂ. = ೫/೨ ಪಟ್ಟು × ೪ = ೧೦ ರೂ. ಗಳು ಎಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ.

ಉದಾ (೪):— ನಾನು ೪ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ೧೨ ಮೈಲು ನಡೆದರೆ ೧ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೈಲು ನಡೆದಂತಾಯಿತು ?

ವಿವರಣೆ:— ಹೇಳಿದ ಕಾಲ ಪರಿಮಾಣವು ೪ ತಾಸು, ಕೇಳಿದ್ದು ೧ ತಾಸು. ∴ ೧ ತಾಸು ೪ ತಾಸುಗಳ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ? ೧ ತಾ. ÷ ೪ ತಾ. = ೧/೪ ಪಟ್ಟು ಅಥವಾ ಪಾಲು ಅಲ್ಲವೇ ? ∴ ಕ್ರಮಿಸಿದ ಮಾರ್ಗವಾದರೂ ಆ ಮಾರ್ಗದ ೧/೪ ಪಟ್ಟು ಇರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ ೧೨ ಮೈಲುಗಳ ೧/೪ ಪಟ್ಟು. ∴ ೧೨/೧ ಮೈ. × ೧/೪ = ೩ ಮೈ. ∴ ೧ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ೩ ಮೈ. ನಡೆದಂತಾಯಿತು.

ಈ ಎಲ್ಲ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿಯುವದೇನಂದರೆ:—

(೧) ಒಂದು ಪರಿಮಾಣವು ಮತ್ತೊಂದರ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಅಥವಾ ಪಾಲು ಎಂಬದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ **ಎರಡೂ ಪರಿಮಾಣಗಳು ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಹೆಸರಿನವಿರಬೇಕು.** (೧) ಒಂದರಿಂದ ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಭಾಗಿಸಲು ಬರುವ ಭಾಗಾಕಾರವೇ ಪಟ್ಟು ಅಥವಾ ಪಾಲು ಆಗುವದು. ಅದಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ "ಪಟ್ಟು" ಎಂಬ ಹೆಸರನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವದುಂಟು. (೩) ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಯೇ ಆಗಿರಬೇಕೆಂಬ ನಿಯಮವಿಲ್ಲ. ಅದು ಕೇವಲ ಅಂಕಿಯೇ ಹೊರ್ತು ಯಾವದೊಂದು ವಸ್ತು ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಹೇಳುವದಲ್ಲ; ಇನ್ನೊಂದು ಮಹತ್ವದ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ:— **(೪) ಕೇಳಿದ ವಸ್ತು ಅಥವಾ ಬೆಲೆಗಳು ಹೇಳಿದ ವಸ್ತು ಅಥವಾ ಬೆಲೆಗಳ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟಿರುತ್ತವೆಯೋ, ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ ಅಥವಾ ವಸ್ತುಗಳಾದರೂ ಅದೇ ಪಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.** ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲಿನಂಥ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ

(೧೧) ಒಂದು ಮನೆತನದ ೧ ತಿಂಗಳ ಖರ್ಚು ೪೫ ರೂ. ಇದ್ದರೆ ೧$\frac{೧}{೩}$ ವರ್ಷಗಳ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು ಎಷ್ಟು ?

(೧೨) ಒಬ್ಬ ಬಡಿಗನ ೧ ದಿನದ ಕೂಲಿ ೨$\frac{೧}{೩}$ ರೂ. ಆದರೆ ಅವನ ೧ ವಾರದ ಕೂಲಿ ಎಷ್ಟು ?

(೧೩) ೧ ಜೋಡು ದೋತರ ಬೆಲೆ ೧೦$\frac{೧}{೩}$ ರೂ. ಆದರೆ ೨೪ ಜೋಡು ದೋತರ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೪) ೧ ಸೇರು ಯಾಲಕ್ಕಿಯ ಬೆಲೆ ೫ ರೂಪಾಯಿಗಳು ಆದರೆ $\frac{೧}{೪}$ ಸೇರು ಯಾಲಕ್ಕಿಯ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

(೧೫) ೧ ವಾರ ಅರಿವೆಗೆ $\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಆದರೆ ೬$\frac{೧}{೩}$ ವಾರದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

(೧೬) ಒಬ್ಬ ಕಾರಕೂನನು ೧ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ೬ ಪುಟಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ $\frac{೫}{೬}$ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪುಟಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವನು ?

(೧೭) ೧ ಸೇರಿಗೆ ೧೦ ಆಣೆಗಳಾದರೆ ೧$\frac{೧}{೪}$ ಸೇರು ಹಾಲಿನ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೮) ೧ ಢಡೆ ಬದನೇಕಾಯಿಗಳ ಬೆಲೆ ೬ ಆಣೆಗಳಾದರೆ ೧$\frac{೧}{೩}$ ಮಣ ಬದನೇಕಾಯಿಗೇನು ಕೊಡಬೇಕಾಗುವದು ?

(೧೯) ೧ ಸೇರು ಹಂಜಿಯ ಬೆಲೆ ೧೦$\frac{೧}{೩}$ ಆಣೆ ಆದರೆ ೨$\frac{೧}{೩}$ ಸೇರು ಹಂಜಿಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೨೦) ೧ ತಾಸಿಗೆ ೩೦ ಮೈಲು ವೇಗವುಳ್ಳ ಮೋಟಾರು ೩$\frac{೧}{೩}$ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೈಲು ಹಾದಿಯನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಬಲ್ಲದು ?

ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆಯಿಂದ ೧ ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು

ಉದಾ:— (೧) ೧೦ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೧೫೦ ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳು ಆದರೆ ೧ ರೂ. ಗೆಷ್ಟು ಹಣ್ಣುಗಳು ?

ರೀತಿ :	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :
೧೦ ರೂ.ಗೆ ೧೫೦ ಮಾ. ಹಣ್ಣುಗಳು ∴ ೧ ರೂ. ಗೆ ೧೫ ,, ∴ ೧೫ ಹಣ್ಣುಗಳು ಉತ್ತರ.	೧ ರೂ. ಯು ೧೦ ರೂ. ಗಳ (೧ ÷ ೧೦ =) $\frac{೧}{೧೦}$ ಪಟ್ಟು. ∴ ಹಣ್ಣುಗಳು = $\frac{೧೫೦}{೧} \times \frac{೧}{೧೦}$ = ೧೫

ಉದಾ:—(೨) ೧/೪ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮೋಟಾರು ೮ ಮೈಲು ಹೋದರೆ ಒಂದು ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೈಲು ಓಡುವದು ?

ರೀತಿ :	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :
೧/೪ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ೮ ಮೈಲು ಓಡುತ್ತದೆ. ∴ ೧ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ೩೨ ಮೈಲು ಓಡುವದು. ∴ ೩೨ ಮೈಲು ಉತ್ತರ.	೧ ತಾ. ೧/೪ ತಾಸಿನ (೧÷೧/೪ =) ೪ ಪ. ∴ ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರವೂ ೪ ಪಟ್ಟು. ∴ ಕ್ರಮಿಸಿದ ಅಂತರ ೮ × ೪ ಪ. = ೩೨ ಮೈಲು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೧)

(೧) ೧ ರೂ. ಯು ೬ ರೂ. ಗಳ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ?

(೨) ೧ ಮೈಲು ೧೦ ಮೈಲುಗಳ ಎಷ್ಟನೆಯ ಭಾಗ ?

(೩) ೧ ಮಿನಿಟು ೧/೨ ತಾಸಿನ ಎಷ್ಟನೆಯ ಭಾಗ ?

(೪) ೧ ಹಾಳೆಯು ೧ ದಸ್ತಿನ ಎಷ್ಟನೆಯ ಭಾಗ ?

(೫) ೧ ವಾರು ೧ ಥಾನಿನ ಎಷ್ಟನೆಯ ಭಾಗ ? (೧ ಥಾನು=೨೪ ವಾರ)

(೬) ೬ ರೂ. ಗೆ ೧೩೧/೨ ಸೇರು ಅಕ್ಕಿಯಾದರೆ ೧ ರೂ. ಗೆಷ್ಟು ಸೇರು ?

(೭) ೪ ವಾರ ಕೋಟಿನ ಅರಿವೆಯನ್ನು ೧೫ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡೆನು. ಆದರೆ ಒಂದು ವಾರದ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೮) ಒಬ್ಬ ಕಾರಕೂನನ ೧ ತಿಂಗಳ ಪಗಾರವು ೧೩೫ ರೂ. ಗಳಾದರೆ ೧ ದಿನಕ್ಕೆಷ್ಟು ?

(೯) ೧ ಧಡೆ ಹುಣಸೆಹಣ್ಣನ್ನು ೧ ರೂ. ೨ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡೆನು. ಆದರೆ ೧ ಸೇರಿಗೇನು ? (೧ ಧಡೆ = ೧೨ ಸೇರು)

(೧೦) ೨ ಡಝುನ ಪಾಟಿಗಳನ್ನು ಒಬ್ಬ ಅಂಗಡಿಕಾರನು ೯ ರೂ. ಗೆ ಕೊಂಡನು. ಆದರೆ ೧ ಪಾಟಿಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೧) ಒಬ್ಬನು ೧೧/೨ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ೧೦ ಮೈ. ಸಾಯಕಲ್ಲಿನಿಂದ ಹೋಗುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೧ ಮೈಲು ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ತಾಸು ಹಿಡಿಯುವದು ?

(೧೨) ೧/೨ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಳದಿಂದ ೭೫ ಕೊಡ ನೀರು ಬರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೧ ಮಿನಿಟನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೊಡ ನೀರು ಬಂದಂತಾಯಿತು ?

(೧೩) ೧ ದಸ್ತ ಹಾಳಿಗೆ ೯ ಆಣೆ ಆದರೆ ೧ ಹಾಳಿಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೧೪) ೧ ಥಾನು ಶರ್ಟಿನ ಅರಿವೆಗೆ ೧೮ ರೂ. ಗಳಾದರೆ ೧ ವಾರ ಅರಿವೆಯ ದರವೇನು ? (೧ ಥಾನು = ೨೪ ವಾರಗಳು)

(೧೫) ೧ ಮಣ ಬೆಲ್ಲಕ್ಕೆ ೪$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಗಳು ಆದರೆ ೧ ಧಡೆ ಬೆಲ್ಲಕ್ಕೇನು ?

(೧೬) ೧,೦೦ ಪಾಕೀಟುಗಳಿಗೆ ೬ ರೂ. ೪೮. ಆದರೆ ೧ ಪಾಕೀಟಿಗೇನು?

(೧೭) ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನು ೪ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ೩೦೦ ಪುಟಗಳನ್ನು ಓದುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೧ ದಿನಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಪುಟಗಳನ್ನು ಓದಿದಂತಾಯಿತು ?

(೧೮) ಒಬ್ಬ ಒಕ್ಕಲಿಗನು ೮ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ೧೨ ಎಕರೆ ಹೊಲವನ್ನು ಹರಗುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೧ ದಿನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಎಕರೆ ಹರಗಿದಂತಾಯಿತು ?

(೧೯) ಒಂದು ಚೀಲ ಜೋಳದ $\frac{೨}{೫}$ ಭಾಗವು ನಮಗೆ $\frac{೩}{೪}$ ತಿಂಗಳ ಸಾಲುವದು. ಆದರೆ ಇಡೀ ಚೀಲ ಜೋಳವು ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಸಾಲುವದು ?

(೨೦) ೧೦ ನೂರು ಹಂಚುಗಳಿಗೆ ೨೫ ರೂ. ಗಳಾದರೆ ೧ ನೂರು ಹಂಚುಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ

ಉದಾ (೧):— ೧೦ ಟೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳಿಗೆ ೨$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಆದರೆ ೧೩ ಟೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯಿಂದ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದಕ್ಕಾಗಲಿ, ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆಯಿಂದ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದಕ್ಕಾಗಲಿ ಹೇಳಿಲ್ಲ; ಅದ್ದರಿಂದ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಮ್ಮೆಲೆ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೊರಡಿಸಲಿಕ್ಕೆ ಬರಲಾರದು.

ಅದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲು ೧ ಟೆಂಗಿನಕಾಯಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಆ ಬೆಲೆಯಿಂದ ೧೩ ಟೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯಬಹುದು. ಇಂಥ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸತಕ್ಕ ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ಈ ಮೊದಲೇ ತೋರಿಸಿದ ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳ ಜೋಡಣೆಯೇ ಆಗಿದೆ. ಅದು ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ.

ಮುಖ್ಯಾಂಶ:	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ:
೧೦ ಟೆಂ. ಗಳ ಬೆಲೆ ೨$\frac{೩}{೪}$ ರೂ.	೧ ಟೆಂ. ಯು ೧೦ ಟೆಂ.ಗಳ $\frac{೧}{೧೦}$ ಪ. ∴
∴ ೧ ಟೆಂ. ಯ ಬೆಲೆ $\frac{೧೧}{೪೦}$ ರೂ.	ಬೆಲೆ = ೨$\frac{೩}{೪}$ × $\frac{೧}{೧೦}$ = $\frac{೧೧}{೪}$ × $\frac{೧}{೧೦}$ = $\frac{೧೧}{೪೦}$ ರೂ.
∴ ೧೩ ಟೆಂ. ಗಳ ಬೆಲೆ ೩$\frac{೨೩}{೪೦}$ ರೂ.	೧೩ ಟೆ. ಗಳು ೧ ಟೆ. ಯ ೧೩ ಪಟ್ಟು.
∴ ೩$\frac{೨೩}{೪೦}$ ರೂ. ಉತ್ತರ.	∴ ಬೆಲೆ = $\frac{೧೧}{೪೦}$ × ೧೩ = $\frac{೧೪೩}{೪೦}$ = ೩$\frac{೨೩}{೪೦}$ ರೂ.

ಉದಾ (೨):— ೭ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೮ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆ ಆದರೆ ೮ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರು ?

ರೀತಿ:— ಮೊದಲು ೧ ರೂ. ಗೆ ಬರುವ ಬೆಣ್ಣೆಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಅದರ ಮೇಲಿಂದ ೮ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆ ಸಿಗುತ್ತದೆಂಬದನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು. ೮ ರೂ. ೧೨ ಆ. = ೮ ರೂ. + $\frac{೧೨}{೧೬}$ ರೂ. = ೮$\frac{೩}{೪}$ = $\frac{೩೫}{೪}$ ರೂ.

ಮುಖ್ಯಾಂಶ :	**ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :**
೭ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೮ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆ	೧ ರೂ. ಯು ೭ ರೂ. ಗಳ $\frac{೧}{೭}$ ಪ.
∴ ೧ ರೂ. ಗೆ $\frac{೮}{೭}$ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆ	∴ ೧ ರೂ. = ೮ ಸೇ. × $\frac{೧}{೭}$ = $\frac{೮}{೭}$ ಸೇ.
∴ $\frac{೩೫}{೪}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೧೦ ಸೇ. ಬೆ.	$\frac{೩೫}{೪}$ ರೂ. ಗಳು ೧ ರೂ. ಯ $\frac{೩೫}{೪}$ ಪ.
∴ ೧೦ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆ ಉತ್ತರ.	∴ ಬೆಣ್ಣೆ = $\frac{೮}{೭}$ × $\frac{೩೫}{೪}$ = ೧೦ ಸೇರು.

ಈ ಎರಡೂ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದ ರೀತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಲು ನಮಗೆ ಕಂಡುಬರುವದೇನಂದರೆ:— **ಹೇಳಿದ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆಯಿಂದ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಆಮೇಲೆ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯಿಂದ ಕೇಳಿದ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು.** ಈ ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳು ಇಂಥ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸತಕ್ಕ ರೀತಿಯ ಮುಖ್ಯಾಂಶಗಳು. ಈ ಪದ್ಧತಿಗೆ 'ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ' ಯೆನ್ನುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೨)

(೧) ೬ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ೧೬ ಲಿಂಬೀಹಣ್ಣುಗಳಾದರೆ ೧೫ ಆಣೆಗಳಿಗೆಷ್ಟು ?

(೨) ೨$\frac{೧}{೨}$ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ೫೦ ವೀಳ್ಯೆದೆಲೆಗಳಾದರೆ ೮ ಆಣೆಗಳಿಗೆಷ್ಟು ?

(೩) ೨೦ ಕನ್ನಡಿಗಳಿಗೆ ೧೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಆದರೆ ೩ ಕನ್ನಡಿಗಳಿಗೆಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ?

(೪) ೨೦ ಮೈ. ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ೧ ಮೋಟಾರಕ್ಕೆ $\frac{೩}{೪}$ ತಾಸು ಹತ್ತಿದರೆ ೧೫ ಮೈಲು ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ತಾಸು ಹಿಡಿಯುವದು ?

(೫) $\frac{೩}{೪}$ ತೊಲಿ ಬಂಗಾರಕ್ಕೆ ೬೨ ರೂ. ಗಳಾದರೆ ೧೧$\frac{೧}{೨}$ ತೊಲಿ ಬಂಗಾರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ?

(೬) $\frac{೫}{೬}$ ತಾಸಿನಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನು ೧೦ ಪುಟಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ ೩ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪುಟಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಲ್ಲನು ?

(೭) ೭ ಮಣ ಕಟ್ಟಿಗೆಗೆ ೩ ರೂ. ೧ ಆ. ಆದರೆ ೨೦ ಮಣಕ್ಕೆಷ್ಟು?

(೮) ೧ ರೂ. ೧೧ ಆ. ಗಳಿಗೆ ೬ ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆಯಾದರೆ, ೧೩೩ ಸೇ. ಸಕ್ಕರೆಯ ಬೆಲೆ ಏನು?

(೯) ೧ ಗ್ರೋಸ ಕಡ್ಡೀಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಿಗೆ ೬ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಗಳಾದರೆ ೧೫ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು?

(೧೦) ೧೧ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೪ ಪೌಂಡು ಚಹಾ ಪುಡಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೧೫ ಪೌಂಡು ಚಹಾ ಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು?

ಪಟ್ಟು ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ
(ಭಾಗ ೨)

ಪಟ್ಟು, ಪಾಲುಗಳ ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಕಲ್ಪನೆ ನಮಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಆಗಿದೆ. ಇನ್ನು ಪಟ್ಟುಗಳ ವಿಶೇಷ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕುರಿತು ವಿಚಾರಿಸುವಾ.

ಉದಾ:— (೧) ೧ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲಕ್ಕೆ ೩ ಆಣೆಗಳು ಆದರೆ ೫ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲಕ್ಕೇನು?

"೫ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲಕ್ಕೆ ೧೫ ಆಣೆಗಳು" ಎಂದು ಒಮ್ಮೆಲೆ ಹೇಳಬಹುದು. ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ಬಂದಿರತಕ್ಕ ಪದಗಳ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವಾ.

ಲಕ್ಷ್ಯಗೊಡಿರಿ:— ೫ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲ, ೧ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲದ ೫ ಪಟ್ಟು ಮತ್ತು ೧೫ ಆಣೆಗಳು ೩ ಆಣೆಗಳ ೫ ಪಟ್ಟು.

∴ ಸೇರು, ಸೇರುಗಳೂ, ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳಾದ ಆಣೆ, ಆಣೆಗಳೂ ಒಂದೇ ಪಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಲಕ್ಷಿಸಿರಿ.

೫ ಸೇರು : ೧ ಸೇರು ಅಂದರೆ $\frac{\text{೫ ಸೇರು}}{\text{೧ ಸೇರು}}$ = ೫ ಪಟ್ಟು. ಆದರಂತೆ

೧೫ ಆಣೆಗಳು : ೩ ಆ. ಗಳು ಅಂದರೆ $\frac{\text{೧೫ ಆಣೆಗಳು}}{\text{೩ ಆಣೆಗಳು}}$ = ೫ ಪಟ್ಟು

∴ ೫ ಸೇರು : ೧ ಸೇರು = ೧೫ ಆಣೆಗಳು : ೩ ಆಣೆಗಳು ಅಥವಾ

೫ ಸೇರು : ೧ ಸೇರು : : ೧೫ ಆಣೆಗಳು : ೩ ಆಣೆಗಳು

ಇದೇ ಪದಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿಯೂ ಬರೆಯುಬಹುದು.

೧ ಸೇರು : ೫ ಸೇರು : : ೩ ಆಣೆಗಳು : ೧೫ ಆಣೆಗಳು.

ಉದಾ:— (೨) ೨ ಸೇರು ಅಕ್ಕಿಗೆ ೧ ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆ, ಆದರೆ ೧೬ ಸೇರು ಅಕ್ಕಿಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

೧೬ ಸೇರು ಅಕ್ಕಿಯ ಬೆಲೆ, ೮ ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲವೇ ?

ಲಕ್ಷ್ಯಗೊಡಿರಿ:— ೧೬ ಸೇರು ೨ ಸೇರುಗಳ ೮ ಪಟ್ಟು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ ೮ ರೂಪಾಯಿಯು ೧ ರೂಪಾಯಿಯ ೮ ಪಟ್ಟು.

∴ ಸೇರು, ಸೇರುಗಳೂ ಮತ್ತು ರೂಪಾಯಿ, ರೂಪಾಯಿಗಳೂ ಒಂದೇ ಪಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ; ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿದ ಕ್ರಮದಂತೆ ಬರೆದರೆ ೧೬ ಸೇರು : ೨ ಸೇರು = ೮ ರೂ. : ೧ ರೂ. ಅಥವಾ ೧೬ ಸೇರು : ೨ ಸೇರು : : ೮ ರೂ. : ೧ ರೂ. ಈ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಬದಲಿಸಿದರೆ ೨ ಸೇರು : ೧೬ ಸೇರು : : ೧ ರೂ. : ೮ ರೂ. ಆಗುವದು.

ಉದಾ:— (೩) ೧೨ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ೧ ಸೇರು ಅಡಿಕೆ ಆದರೆ ೩ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರು ಅಡಿಕೆ ?

೩ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ೧ ಪಾವುಸೇರು = ೧/೪ ಸೇರು ಅಡಿಕೆ ಸಿಗುತ್ತದೆಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ.

ಲಕ್ಷ್ಯಗೊಡತಕ್ಕದ್ದು:— ೩ ಆಣೆಗಳು, ೧೨ ಆಣೆಗಳ ೧/೪ ಪಟ್ಟು, ಮತ್ತು ೧/೪ ಸೇರು ಅಡಿಕೆ ೧ ಸೇರು ಅಡಿಕೆಯ ೧/೪ ಪಟ್ಟು.

∴ ಆಣೆ, ಆಣೆ ಮತ್ತು ಸೇರು, ಸೇರುಗಳು ಒಂದೇ ಪಟ್ಟಿನವಾಗಿವೆ. ∴ ೩ ಆ. : ೧೨ ಆ. = ೧/೪ ಸೇ. : ೧ ಸೇ. ಅಥವಾ ೩ ಆ. : ೧೨ ಆ. : : ೧/೪ ಸೇ. : ೧ ಸೇ. ಬದಲಿಸಿದರೆ ೧೨ ಆ. : ೩ ಆ. : : ೧ ಸೇ. : ೧/೪ ಸೇ. ಆಗುವದು.

ಈ ಎಲ್ಲ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿದುಬರುವ ವಿಷಯವೆಂದರೆ ಒಂದು ಜಾತಿಯ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಪಟ್ಟು ಮತ್ತೊಂದು ಜಾತಿಯ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ:— ೧ನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಸೇರು, ಸೇರುಗಳು ಒಂದು ಜಾತಿಯವು.

ಆದರಂತೆ ಆಣೆ, ಆಣೆಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ಜಾತಿಯವು. ಮತ್ತು ಸೇರು, ಸೇರುಗಳ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಆಣೆ, ಆಣೆಗಳ ಪಟ್ಟು ಸರಿ ಇತ್ಯಾದಿ. ಇದರಂತೆಯೇ ೨ನೆಯ ೩ನೆಯ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ. ಎರಡು ಸಜಾತಿಯ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಪಟ್ಟುಗಳ ಸಮತ್ವಕ್ಕೆ ಪ್ರಮಾಣವೆನ್ನುವರು.

ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪ್ರಕಾರಗಳು. (೧) ಸಮಪ್ರಮಾಣ (೨) ವ್ಯಸ್ತಪ್ರಮಾಣ. ಇವುಗಳ ವಿಷಯುವನ್ನು ಮುಂದಿನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವಾ.

ಇನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿಯ ೪ ಪದಗಳಲ್ಲಿ ಬೇಕಾದ ೩ ಪದಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಉಳಿದ ೪ನೆಯ ಪದವನ್ನು ಕೇಳುವ ಲೆಕ್ಕಗಳೆಲ್ಲ "ತ್ರೈರಾಶಿಕ" (ತ್ರಿರಾಸಿ ಅಂದರೆ ಮೂರು ರಾಸಿ ಅಥವಾ ಪದ) ಲೆಕ್ಕಗಳೆನ್ನಿಸುವವು. ಇಂಥ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಎರಡು ವಿಧವಾದವುಗಳು. (೧) ಸಮತ್ರೈರಾಸಿಕ; (೨) ವ್ಯಸ್ತ ತ್ರೈರಾಸಿಕಗಳು. ತ್ರೈರಾಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವದೆಂದರೆ ಉಳಿದ ಇಚ್ಛಿತ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಪದವನ್ನು ತೆಗೆಯುವದೇ ಆಗಿದೆ.

ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂಥ ಎಲ್ಲ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಪ್ರಮಾಣಪದ್ಧತಿಯಂತೆ ಬರೆದು ತೋರಿಸಬಹುದು. ಮೇಲಿನ ೧ನೆಯ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿರಿ.

೧ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲ : ೫ ಸೇರು : : ೩ ಆಣೆಗಳು : ? (ಬೇಕಾದ ೪ನೆಯ ಪದ)

ಇಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ೧, ೨, ೩ ಪದಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಇಚ್ಛಿತ ೪ನೆಯ ಪದವು ೩ನೆಯ ಪದದ ಜಾತಿಯದು. ಅಂದರೆ ಆಣೆಗಳ ಜಾತಿಯದೆಂದು ಸಹಜವಾಗಿ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಆ ಪದದ ಬೆಲೆ ೧೫ ಆಣೆಗಳು.

ಇನ್ನು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮವು ಮನದಟ್ಟಾಗಲೆಂದು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆದು ನೆನಪಿಡಿರಿ.

೧ನೇ ಉದಾ:—೧ನೇ ಪದ, ೨ನೇ ಪದ, ೩ನೇ ಪದ, ೪ನೇ ಪದ.

೧ ಸೇರು ಬೆಲ್ಲ : ೫ಸೇರು ಬೆಲ್ಲ : : ೩ ಆಣೆ : ? (ಇಚ್ಛಿತಪದ).

ಈ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆಂದು ಈ ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿದೆ.

∴ ೨ನೇ, ೧ನೇ ಪದಗಳ ಪಟ್ಟು, ೪ನೇ, ೩ನೇ ಪದಗಳ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಸರಿ.

∴ $\frac{೪\text{ನೇ ಪದ}}{೩\text{ನೇ ಪದ}} = \frac{೨\text{ನೇ ಪದ}}{೧\text{ನೇ ಪದ}}$ ಪಟ್ಟುಗಳ ಈ ಸಮತ್ವದಿಂದ ೪ನೇ ಪದದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯಬಹುದು.

∴ ಇಚ್ಛಿತ ೪ನೇ ಪದ = $\frac{೨\text{ನೇ ಪದ}}{೧\text{ನೇ ಪದ}} \times \frac{೩\text{ನೇ ಪದ}}{೧}$ ಇದೊಂದು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವೂ ಮಹತ್ವವೂ ಆದ ನಿಯಮವಾಗಿದೆ. [ಶಿಕ್ಷಕರು ಉದಾಹರಣೆ

ಗಳಿಂದ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡಬೇಕು.] ಈ ನಿಯಮದಂತೆ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂಥ ಬೇಕಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನಾದರೂ ಬಿಡಿಸಬಹುದು. ಮೇಲಿನ ೧ನೇ ಉದಾ: ಬಿಡಿಸುವಾ.

೧ನೇ ಪ. ೨ನೇ ಪ. ೩ ನೇ ಪ. ೪ನೇ ಪ. (ಉತ್ತರ)

೧ ಸೇ. ಜೆಲ್ಲಿ : ೫ ಸೇ. ಜೆಲ್ಲಿ : : ೩ ಆಣೆಗಳು : ? (ಇಚ್ಛಿತ ಪದ).

$$\therefore \text{ಇಚ್ಛಿತ ೪ನೇ ಪದ} = \frac{\text{೫ ಸೇ. (೨ನೇ ಪದ)}}{\text{೧ ಸೇ. (೧ನೇ ಪದ)}} \times \frac{\text{೩ ಆ. (೩ನೇ ಪದ)}}{\text{೧}} = \text{೧೫ ಆ.}$$

ಇಂಥ ಪದ್ಧತಿಗೆ "ತ್ರೈರಾಶಿಕ" ಪದ್ಧತಿಯೆನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿಯ ವಿವರಣೆ:— ಒಂದು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ೪ ಪದಗಳಿರುತ್ತವಲ್ಲವೇ ? ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಒಂದು ಜಾತಿಯವು, ಉಳಿದೆರಡು ಮತ್ತೊಂದು ಜಾತಿಯವೆಂಬದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಯಾವದೊಂದು ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ೩ ಪದಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಪದಗಳು ೧ನೇ ೨ನೇ ಸ್ಥಾನ ದಲ್ಲಿರಬೇಕು, ಉಳಿದ ಒಂದೇ ಪದವನ್ನು ೩ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಟ್ಟು ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದವನ್ನು (ಒಂದೇ ಜಾತಿಯ ಜೋಡಿಯ ಪದಗಳಲ್ಲಿದ್ದದ್ದು) ೧ನೇ ಸ್ಥಾನ ದಲ್ಲಿಡಬೇಕು. ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ೩ ಆ. ಯು ೩ನೇ ಪದದಲ್ಲಿದೆ. ಈ ೩ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದವೆಂದರೆ '೧ ಸೇರು ಜೆಲ್ಲಿ' ಅದು ೧ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ, ಅದರ ಜೋಡಿಯ ಮತ್ತೊಂದು ಪದವನ್ನು ಅಂದರೆ '೫ ಸೇರು ಜೆಲ್ಲಿ' ವನ್ನು ೨ನೇ ಸ್ಥಾನ ದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿದೆ. ಆಮೇಲೆ ಮೇಲಿನ ನಿಯಮದಂತೆ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವದು.

ಇನ್ನು ಇಂಥ ೩ ಪದಗಳುಳ್ಳ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು (ತ್ರೈರಾಶಿಕಗಳನ್ನು) ಬಿಡಿಸುವ ಪದ್ಧತಿಗಳು ಮೂರು.

(೧) ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ. (೨) ತ್ರೈರಾಶಿಕಪದ್ಧತಿ. (೩) ಪಟ್ಟುಪದ್ಧತಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ, ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿಗಳಿಂದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಕ್ರಮಗಳು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಾಗಿರುತ್ತವೆ. ೩ನೇ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮುಂದಿನ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವಿರಿ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ:— ಒಬ್ಬ ಕಾರಕೂನನ ೧ ತಿಂಗಳ ಪಗಾರವು ೧೦೮ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಇದೆ. ಅವನು ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ೧೪ ದಿನ ಮಾತ್ರ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ್ದರೆ ಅವನಿಗೆ ದೊರೆಯುವ ಪಗಾರವೆಷ್ಟು ? (೧ ತಿಂ. = ೩೦ ದಿನಗಳು)

೧೦೮ ರೂ. ೧೨ ಆ. = ೧೦೮ ೩/೪ ರೂ. = ೪೩೫/೪ ರೂ.

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ

ಮುಖ್ಯಾಂಶ :

೩೦ ದಿ. ಗಳಿಗೆ $\frac{೪೩೫}{೪}$ ರೂ. ಪಗಾರ

∴ ೧ ದಿ. ಕ್ಕೆ $\frac{೨೯}{೮}$ ರೂ. ಪಗಾರ

∴ ೧೪ ದಿನಗಳಿಗೆ ೫೦$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಪ.

∴ ೫೦$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ಅಂದರೆ

೫೦ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಪಗಾರ ಉತ್ತರ.

ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :

೧ ದಿನ, ೧ ತಿಂಗಳದ $\frac{೧}{೩೦}$ ಪ.

∴ ೧ ದಿನದ ಪಗಾರವಾದರೂ $\frac{೧}{೩೦}$ ಪ.

∴ ಪಗಾರ $= \frac{೪೩೫}{೪} \times \frac{೧}{೩೦} = \frac{೨೯}{೮}$.

೧೪ ದಿನಗಳು ೧ ದಿನದ ೧೪ ಪಟ್ಟು

∴ ಪಗಾರ $= \frac{೨೯}{೮} \times \frac{೧೪}{೧}$ ಪ. $= \frac{೨೦೩}{೪}$

= ೫೦$\frac{೩}{೪}$ ರೂ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿ

೧ನೇ ಪದ, ೨ನೇ ಪದ, ೩ನೇ ಪದ

೩೦ ದಿವಸ : ೧೪ ದಿವಸ : : $\frac{೪೩೫}{೪}$ ರೂ. ಪಗಾರ.

∴ ೪ನೇ ಇಚ್ಛಿತಪದ $= \frac{\text{೧೪ ದಿ. (೨ನೇ ಪದ)}}{\text{೩೦ ದಿ. (೧ನೇ ಪದ)}} \times \frac{೪೩೫}{೪}$ (೩ನೇ ಪದ)

$= \frac{೨೦೩}{೪}$ ರೂ. = ೫೦$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. ∴ ೫೦ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೩)

ಏಕಮಾನ ಮತ್ತು ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿಗಳಿಂದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(೧) ಒಬ್ಬನು ಸಾಯಕಲ್ಲಿನಿಂದ ೪ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ೩೩ ಮೈ. ಹೋಗುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೭೫ ಮೈಲು ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ತಾಸು ಹಿಡಿಯುವವು ?

(೨) ಒಬ್ಬನು ೧೨ ವಾರ ಅರಿವೆಯನ್ನು ೧೬ ರೂ. ೮ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡರೆ ೨೫ ವಾರ ಅರಿವೆಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಳ್ಳಬೇಕು ?

(೩) ೧೪ ಸೇರು ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಗೆ ೩ ರೂ. ೧ ಆ. ಆದರೆ ೨೪ ಪೌಂಡು ಮೆಣಸಿನಕಾಯಿಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

(೪) ೬ ಸೇರು ಒಳ್ಳೆಣ್ಣೆಗೆ ೧ ರೂ. ೧೫ ಆ. ೬ ಪೈ ಆದರೆ ೧ ಮಣಕ್ಕೇನು ? (೧ ಮಣ = ೪೦ ಸೇರು.)

ಸಮಪ್ರಮಾಣ

ಉದಾ (೧):— ಮಲ್ಲಪ್ಪನು ೨ ಎಕರೆ ಹೊಲವನ್ನು ೪ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ನೇಗಿಲಹೊಡೆದರೆ ೮ ಎಕರೆಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಡೆಯುವನು ?

ವಿವರಣೆ:— ೮ ಎಕರೆ ಹೊಲದಲ್ಲಿ ೨ ಎಕರೆಯ ೪ ತುಂಡುಗಳಾಗುತ್ತವೆ. (೮÷೨=೪) ಒಂದು ತುಂಡು ಹೊಲವನ್ನು ೪ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ನೇಗಿಲ ಹೊಡೆಯುವನು.

∴ ೪ ದಿ. × ೪ = ೧೬ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ೮ ಎಕರೆ ಹೊಲವನ್ನು ನೇಗಿಲ ಹೊಡೆಯುವನು.

ಈ ವಿವರಣೆಯ ಮುಖ್ಯಾಂಶವೇನು ? (೧) ೮ ಎಕರೆಗಳು ೨ ಎಕರೆಗಳಿಗಿಂತ **ಹೆಚ್ಚಿಗಿದ್ದು** ೮ ಎಕರೆ ನೇಗಿಲ ಹೊಡೆಯಲಿಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ದಿವಸಗಳು ೨ ಎಕರೆ ಹೊಲ ನೇಗಿಲ ಹೊಡೆಯಲಿಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ದಿವಸಗಳಿಗಿಂತ **ಹೆಚ್ಚು**. ಇಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ (೨) ೮ ಎಕರೆಗಳು ೨ ಎಕರೆಗಳ ೪ ಪಟ್ಟು ಇದ್ದು ಅದಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ದಿವಸಗಳಾದರೂ ೪ ಪಟ್ಟು ಇರುತ್ತವೆಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಅಂದರೆ ೮ ಎಕರೆ : ೨ ಎಕರೆ = ೧೬ ದಿ. : ೪ ದಿ. = ೪ ಪಟ್ಟು.

ಉದಾ (೨):— ಕಮಲೇಶನು ೪ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ೬೦ ಪುಟಗಳನ್ನು ಓದುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೨ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪುಟಗಳನ್ನು ಓದುವನು ?

ಉತ್ತರ:— ೩೦ ಪುಟ ಓದುವನೆಂದು ಒಮ್ಮೆಲೆ ಹೇಳಬಹುದು.

ವಿವರಣೆ:— (೧) ೪ ತಾಸುಗಳಿಗಿಂತ ೨ ತಾಸುಗಳು **ಕಡಿಮೆಯಿರುವದರಿಂದ** ಓದತಕ್ಕ ಪುಟಗಳಾದರೂ ೬೦ ಪುಟಗಳಿಗಿಂತ **ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತವೆಂಬದು** ಸಹಜವಾಗಿ ತಿಳಿಯುವದು. ಇಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ (೨) ೨ ತಾಸುಗಳು, ೪ ತಾಸುಗಳ ಅರ್ಧವಿದ್ದು ೨ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಓದತಕ್ಕ ಪುಟಗಳಾದರೂ ೬೦ ಪುಟಗಳ ಅರ್ಧ ಇರಲಿಕ್ಕೇ ಬೇಕು.

ಅಂದರೆ ೨ ತಾ. : ೪ ತಾ. = ೩೦ ಪು. : ೬೦ ಪು. = ೧/೨ ಪಟ್ಟು.

ಈ ಎರಡೂ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗತಕ್ಕ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಸಮಪ್ರಮಾಣವೆನ್ನುವರು.

ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ಲಕ್ಷಣ ಹೇಳುವದಾದರೆ, **ಹೇಳಿದ ಪ್ರಮಾಣಪದಕ್ಕಿಂತ ಕೇಳಿದ ಪ್ರಮಾಣಪದವು ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಂತೆ ಉತ್ತರಪದವಾದರೂ ಆ ಸಂಬಂಧದ ಪದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ.** ಇಂಥ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಮೂರು ಪದಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರೈರಾಶಿ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ 'ಸಮತ್ರೈರಾಶಿ'ಗಳೆನ್ನುವರು.

ಈವರೆಗೆ ಹೇಳಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳೆಲ್ಲ ಸಮಪ್ರಮಾಣದ ಲೆಕ್ಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕ:— ಒಬ್ಬ ಕುರುಬನು ೧೯೨ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೧೨ ಕುರಿಗಳನ್ನು ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೨೦ ಕುರಿಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಳ್ಳಬಹುದು ?

ರೀತಿ:— ೨೦ ಕುರಿಗಳು ೧೨ ಕುರಿಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಆದ್ದರಿಂದ ೨೦ ಕುರಿಗಳ ಬೆಲೆಯಾದರೂ ೧೯೨ ರೂ. ಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮತ್ರೈರಾಶಿಕವು.

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಬಿಡಿಸುವದು

ಮುಖ್ಯಾಂಶ	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ
೧೨ ಕುರಿಗಳಿಗೆ ೧೯೨ ರೂ. ಗಳು	೧ ಕುರಿಯು ೧೨ ಕುರಿಗಳ $\frac{೧}{೧೨}$ ಪಟ್ಟು
∴ ೧ ಕುರಿಗೆ ೧೬ ರೂ. ಗಳು	∴ ಬೆಲೆ = ೧೯೨ × $\frac{೧}{೧೨}$ = ೧೬ ರೂ.
∴ ೨೦ ಕುರಿಗಳಿಗೆ ೩೨೦ ರೂ.	೨೦ ಕುರಿಗಳು ೧ ಕುರಿಯ ೨೦ ಪಟ್ಟು
∴ ೩೨೦ ರೂ. ಗಳು ಉತ್ತರ.	∴ ಬೆಲೆ= ೧೬ × ೨೦ ಪ. = ೩೨೦ರೂ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ರೀತಿಯಿಂದ ಬಿಡಿಸುವದು

೧ನೇ ಪದ ೨ನೇ ಪದ ೩ನೇ ಪದ

ಸಮಪ್ರಮಾಣ ೧೨ ಕು. : ೨೦ ಕು. : : ೧೯೨ ರೂ.

∴ ೪ನೇ (ಇಚ್ಛಿತ) ಪದ = $\frac{೨೦}{೧೨} \times \frac{೧೯೨}{೧}$ = ೩೨೦ ರೂ. ಗಳು.

∴ ೩೨೦ ರೂ. ಗಳು ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೪)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೧೦)

(೧) ಒಬ್ಬನು ೪ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ೧೨ ಮೈಲು ನಡೆಯುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ೬ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೈಲು ನಡೆಯುವನು ?

(೨) ೮ ವಸ್ತ್ರಗಳಿಗೆ ೩ ರೂ. ಆದರೆ ೧೨ ವಸ್ತ್ರಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಕೊಡಬೇಕು ?

(೩) ಒಂದು ಧಡೆ ಸೀಗೀಕಾಯಿಗೆ ೨ ರೂ. ೮ ಆ. ಆದರೆ ೫ ಸೇರು ಸೀಗೀಕಾಯಿಗಳಿಗೇನು ? (೧ ಧಡೆ = ೧೨ ಸೇರು)

(೪) ಒಬ್ಬನ ೧ ವಾರದ ಕೂಲಿ ೧೦ ರೂ. ೮ ಆ. ಆದರೆ ೪ ದಿನಗಳ ಕೂಲಿ ಏನು ?

(೫) ೧ ಡಝನ್ ಮೋಸಂಬಿ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗೆ ೧ ರೂ. ೮ ಆ. ಆದರೆ ೧೦ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗೇನು ?

(೬) ೪ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆಯನ್ನು ೩ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡರೆ ೫ ರೂ. ೪ ಆ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆ ?

(೭) ಅರ್ಧ ಖಂಡಿ ಕಟ್ಟಿಗೆಗೆ ೫ ರೂ. ೮ ಆ. ಆದರೆ ೩ ಖಂಡಿಗೆಷ್ಟು ?

(೮) ೮ ವಾರ ಅಂಗೀಅರಿವೆಗೆ ೯ ರೂ. ಬಿದ್ದರೆ ೧೩ ರೂ. ೮ ಆ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು ವಾರ ಬರುವದು ?

(೯) ೬ ಸೇರು ಫೇಡೆಗೆ ೫ ರೂ. ೪ ಆ. ಆದರೆ ೮ ಸೇರು ಫೇಡೆಗೆಷ್ಟು?

(೧೦) ೮ ಸೇರು ತೊಗರಿಯಿಂದ ೬ ಸೇರು ಬೇಳೆಯಾದರೆ ೧೫ ಸೇರು ಬೇಳೆಯಾಗಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಸೇರು ತೊಗರಿ ಬೇಕು ?

(೧೧) ೧೦ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ೪ ಕ್ಯಾಬೀಜ ಗಡ್ಡೆಗಳಾದರೆ ೧೫ ರೂ. ಗಳಿಗೆಷ್ಟು?

(೧೨) ೭ ರೂ. ೧೪ ಆ. ಗಳಿಗೆ ೧೨ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಆದರೆ ೨೮ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಬೆಲೆಯೇನು ?

(೧೩) ೪ ಆಕಳುಗಳ ೧ ತಿಂಗಳ ಖರ್ಚು, ೯ ರೂ. ಗಳು ಆದರೆ ೧೫ ಆಕಳುಗಳ ೧ ತಿಂಗಳ ಖರ್ಚೆಷ್ಟು ?

(೧೪) ೮ ಅಂಗಿಗಳ ಹೊಲಿಗೆಯ ಕೂಲಿ ೩ ರೂ. ೮ ಆಣೆ ಆದರೆ ೧೫ ಅಂಗಿಗಳನ್ನು ಹೊಲಿಸಿದರೆ ಕೂಲಿ ಎಷ್ಟು ?

(೧೫) ೧೨ ಟೊಪ್ಪಿಗೆಗೆ ೧೬ ರೂ ೮ ಆ. ಆದರೆ ೯ ಟೊಪ್ಪಿಗೆಗಳಿಗೇನು?

(೧೬) ಒಬ್ಬ ಕಾರಕೂನನ ೧ ತಿಂಗಳ ಪಗಾರವು ೯೫ ರೂ. ೧೦ ಆಣೆ ಇದೆ. ಆದರೆ ಅವನ ೧೯ ದಿನಗಳ ಪಗಾರವೆಷ್ಟು ?

(೧೭) ಒಬ್ಬ ನೂರವಾಡಿಯು ಒಂದು ದಿನ ಮುಂಜಾನೆ ೨೫ ದೋತರಗಳನ್ನು ೧೩೭ ರೂ. ೮ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದನು. ಸಂಜೆಗೆ ಅದೇ ದರದ ೨೩ ದೋತರಗಳನ್ನು ಮಾರಿದರೆ ಆ ದಿನದ ಮಾರಾಟದ ಹಣವೆಷ್ಟು ?

(೧೮) ೫ ಜಮಖಾನಿಗಳನ್ನು ೨೨ ರೂ. ೮ ಆಣೆಗೆ, ೩ ಜಮಖಾನಿಗಳನ್ನು ೧೨ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಗೆ ಕೊಂಡರೆ ಯಾವದು ತುಟ್ಟಿ ಬಿತ್ತು ?

(೧೯) ೨೫ ಚೀಲ ಜೋಳದ ರಾಶಿಯ ಬೆಲೆ ೮೦೦ ರೂ. ಗಳಾದರೆ ೪೮ ಚೀಲ ಜೋಳದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

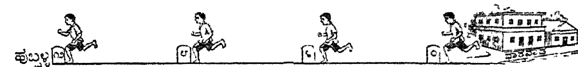
(೨೦) ೪ ಎಕರೆ ಭೂಮಿಯ ಸಾಗುವಳಿಗೆ ೨೫ ರೂ. ಗಳು ಹತ್ತುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ೧೩೩ ಎಕರೆ ಭೂಮಿಯ ಸಾಗುವಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳು ಬೇಕಾಗುವವು ?

ವ್ಯಸ್ತಪ್ರಮಾಣ

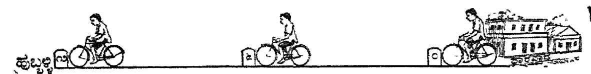
ವಿವರಣೆ:— (೧) ೧ನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಸವಂತನು ಧಾರವಾಡದಿಂದ ಹೊರಟು ತಾಸಿಗೆ ೩ ಮೈ. ಗಳಂತೆ ನಡೆದು ೪ ತಾ. ಗಳಲ್ಲಿ ಹುಬ್ಬಳ್ಳಿಗೆ ಮುಟ್ಟಿದ್ದಾನೆ. ∴ ಇವನು (೩ ಮೈ. × ೪ =) ೧೨ ಮೈ. ಕ್ರಮಿಸಿದಂತಾಯಿತಲ್ಲವೇ?



೨ನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅವನು ತಾಸಿಗೆ ೪ ಮೈ. ಗಳಂತೆ ಓಡಿ ೩ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಹುಬ್ಬಳ್ಳಿಗೆ ಮುಟ್ಟಿದ್ದಾನಲ್ಲವೇ ? (ಏಕೆ ? $\frac{೧೨}{೪}$ ಮೈ. = ೩ ತಾ.)



೩ನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅವನು ತಾಸಿಗೆ ೬ ಮೈಲುಗಳಂತೆ ಸಾಯಕಲ್ಲಿನಿಂದ ೨ ತಾ. ಗಳಲ್ಲಿ ಹುಬ್ಬಳ್ಳಿಗೆ ಮುಟ್ಟಿದ್ದಾನೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. (ಏಕೆ? $\frac{೧೨}{೬}$ ಮೈ.=೨)



ಹಾಗಾದರೆ ತಾಸಿಗೆ ೨ ಮೈಲುಗಳಂತೆ ನಡೆದರೆ ಎಷ್ಟು ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಟ್ಟುತ್ತಿದ್ದನು ? ೬ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲವೇ ? ($\frac{೧೨}{೨}$ = ೬ ತಾ.)

ಈ ವಿವರಣೆಯಿಂದ ನೀವು ಏನನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿರಿ ?

೧೨ ಮೈ. ಅಂತರ ಕ್ರಮಿಸಬೇಕಾದರೆ:—

(೧) ವೇಗವು ೩ ಮೈಲಿನಿಂದ ೪ ಮತ್ತು ೬ ಮೈಲಿನಂತೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತ ಹೋದಂತೆ ಹತ್ತುವ ವೇಳೆಯು ಕ್ರಮವಾಗಿ ೪ ತಾಸುಗಳಿಂದ ೩ ಮತ್ತು ೨ ತಾ. ಗಳಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತ ಬಂದಿದೆ. ಆದರಂತೆ

ವೇಗವು ೩ ಮೈಲಿನ ಬದಲು ೨ ಮೈ. ಗಳಿದ್ದರೆ ೪ ತಾಸುಗಳ ಬದಲು ೬ ತಾಸುಗಳು ಹತ್ತುವವು.

ಒಟ್ಟಿನಮೇಲೆ ನೋಡಲು, **ವೇಗವು ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಯಾದಂತೆ, ಮಾರ್ಗಕ್ರಮಣಕ್ಕೆ ಹತ್ತುವ ವೇಳೆಯು ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತ ಹೋಗುವದು.**

(೨) ಇದಲ್ಲದೆ ವೇಗವು ೩ರಿಂದ ೪ ಮೈ. ಅಂದರೆ ೪/೩ ಪಟ್ಟು ಆದಾಗ್ಗೆ ಹತ್ತುವ ವೇಳೆಯು ೪ರಿಂದ ೩ ತಾಸು ಅಂದರೆ ೩/೪ ಪಟ್ಟು [೪/೩, ೩/೪ ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ]. ವೇಗವು ೩ರಿಂದ ೬ ಮೈ. ಆಂದರೆ (೬/೩ =) ೨ ಪಟ್ಟು ಆದಾಗ್ಗೆ ಹತ್ತುವ ವೇಳೆ ೪ ರಿಂದ ೨ ತಾಸು ಅಂದರೆ (೨/೪ =) ೧/೨ ಪ. [೨, ೧/೨ ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ]. ವೇಗವು ೩ ರಿಂದ ೨ ಮೈ. ಅಂದರೆ ೨/೩ ಪ. ಆದಾಗ್ಗೆ ಹತ್ತುವ ವೇಳೆ ೪ರಿಂದ ೬ ತಾ. ಅಂದರೆ (೬/೪ =) ೩/೨ ಪ. ಆಗುವದು. [೨/೩, ೩/೨ ಇವು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ] ∴ ಒಟ್ಟಿನ ಮೇಲೆ ಹೇಳುವದಾದರೆ **ವೇಗವು ಯಾವ ಪಟ್ಟಿನಿಂದ ಬದಲಾಗುವದೋ ಹತ್ತುವ ವೇಳೆಯೂ ಅದರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಪಟ್ಟಿನಿಂದ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ.**

'ತಾಸಿಗೆ ೩ ಮೈಲುಗಳಂತೆ ಹೋದರೆ ೪ ತಾಸೂ ೬ ಮೈ. ಗಳಂತೆ ಹೋದರೆ ೨ ತಾಸೂ ಹತ್ತುತ್ತವೆ' ಎಂಬ ಮಾತನ್ನು ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವದಾದರೆ:—

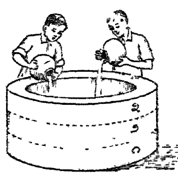
ವ್ಯಸ್ತ ೬ ಮೈ : ೩ ಮೈ : : ೨ ತಾ : ೪ ತಾ. ಅಥವಾ,

೬/೩ ಮೈ. = ೪/೨ ತಾ. ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

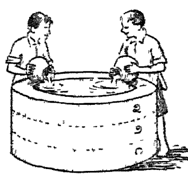
ವಿವರಣೆ:— ಕೆಳಗಿನ ೧ನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ಒಂದು ಹೌದನ್ನು ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬುತ್ತಿರುವರಲ್ಲವೇ ? ಅವರು ೧ ದಿನದಲ್ಲಿ ೧/೩ ಹೌದನ್ನೂ, ೨ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ೨/೩ ಹೌದನ್ನೂ ೩ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಹೌದನ್ನೂ ತುಂಬಿದ್ದಾರೆ. ಅಂದರೆ ಇಬ್ಬರು ಅದನ್ನು ೩ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿದಂತಾಯಿತು.



ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ



ಎರಡು ದಿನದಲ್ಲಿ



ಮೂರು ದಿನದಲ್ಲಿ



ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಎರಡು ದಿನದಲ್ಲಿ

ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ೩ ಜನರು ೧ ದಿನದಲ್ಲಿ ೧/೨ ಹೌದನ್ನೂ ೨ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಹೌದನ್ನೂ ತುಂಬಿದ್ದಾರಲ್ಲವೇ ?



ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ

ಇನ್ನು ಬದಿಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ೬ ಜನರು ಒಂದೇ ದಿನದಲ್ಲಿ ಆ ಹೌದನ್ನು ತುಂಬಿದ್ದಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಒಬ್ಬನೇ ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತಾನೆ ? ೬ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲವೇ ? ಇದರಿಂದ ನಿಮಗೇನು ತಿಳಿಯಿತು.

ಹೌದನ್ನು ತುಂಬತಕ್ಕ ಜನರು ೨ರಿಂದ ೩, ೬ರಂತೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತ ಹೋದಂತೆ ತುಂಬಲಿಕ್ಕೆ ಹತ್ತುವ ದಿನಗಳು ೩ರಿಂದ ೨, ೧ ರಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತ ಹೋಗುತ್ತವೆ. ಅದರಂತೆ ಜನರು ಇಬ್ಬರಿಂದ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿ ಒಬ್ಬನಾದಾಗ್ಗೆ ಹೌದನ್ನು ತುಂಬಲಿಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗುವ ದಿವಸಗಳು ೩ರಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ೬ ದಿನಗಳು ಆಗುತ್ತವೆ. ಒಟ್ಟಿನ ಮೇಲಿಂದ ನೋಡಲು **ಜನರು ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ಹೌದನ್ನು ತುಂಬಲಿಕ್ಕೆ ಹತ್ತುವ ದಿನಗಳು ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತ ಹೋಗುವವು.**

(ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಜನರ ಹಾಗೂ ದಿನಗಳ ಪಟ್ಟಿಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವವೆಂಬವದನ್ನು ೧ನೆಯ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಂತೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ಹೇಳಿಕೊಡಬೇಕು.)

" ಇಬ್ಬರು ಒಂದು ಹೌದನ್ನು ೩ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತಾರೆ. ಮೂರು ಜನರು ೨ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತಾರೆ "ಂಬ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆದು ತೋರಿಸಬಹುದು.

ವ್ಯಸ್ತ. ೩ ಜನರು : ೨ ಜನರು : : ೨ ದಿವಸ : ೩ ದಿವಸ ಅಥವಾ ೩/೨ ಜ. = ೩/೨ ದಿ. ಇಂಥ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ವ್ಯಸ್ತಪ್ರಮಾಣವೆನ್ನುವರು.

ಉದಾ:— (೧) ಒಂದು ಬಣಿವೆಯು ೨ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ೬ ತಿಂಗಳು ಸಾಲುವದು. ಆದರೆ ಅದು ೬ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಸಾಲುವದು?

ರೀತಿ:— ೨ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ೬ ತಿಂಗಳು ಸಾಲುವ ಬಣಿವೆಯು ೬ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ೬ ತಿಂಗಳಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ದಿವಸ ಸಾಲುತ್ತದೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ವ್ಯಸ್ತಪ್ರಮಾಣವು.

∴ **ತಿನ್ನತಕ್ಕ ಆಕಳುಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಲು ಸಾಲತಕ್ಕ ದಿವಸಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವವು. ಒಂದು ವೇಳೆ ಆಕಳುಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಸಾಲುವ ದಿವಸಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಆಗುತ್ತಿದ್ದವು.**

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ

ಮುಖ್ಯಾಂಶ :	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :
೨ ಆಕಳು ೬ ತಿಂಗಳು ತಿನ್ನುತ್ತವೆ. ∴ ೬ ಆಕಳು ಅದೇ ಹುಲ್ಲನ್ನು ೨ ತಿಂಗಳುಗಳಲ್ಲಿ ತಿನ್ನುತ್ತವೆ. ∴ ೨ ತಿಂಗಳುಗಳಲ್ಲಿ ತಿನ್ನುತ್ತವೆ ಉತ್ತರ.	೬ ಆಕಳು ೨ ಆಕಳುಗಳ ($\frac{೬}{೨}$ =) ೩ ಪ. ∴ ಸಾಲುವ ದಿವಸಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಿಂದ $\frac{೧}{೩}$ ಪಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ∴ ಸಾಲುವ ದಿವಸಗಳು = ೬ ತಿಂ. × $\frac{೧}{೩}$ ಪ. = ೨ ತಿಂಗಳು.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ

೧ನೇ ಪದ ೨ನೇ ಪದ ೩ನೇ ಪದ

ವ್ಯಸ್ತ ೨ ಆ. ಗಳಿಗೆ : ೬ ಆ. ಗಳಿಗೆ : : ೬ ತಿಂಗಳು

∴ ಇಚ್ಛಿತ (೪ನೇ) ಪದ $= \frac{\text{೨ ಆ. (೧ನೇ ಪದ)}}{\text{೬ ಆ. (೨ನೇ ಪದ)}} \times$ ೬ ತಿಂ. (೩ನೇ ಪ.)

= ೨ ತಿಂಗಳು. ∴ ೨ ತಿಂಗಳು ಉತ್ತರ.

ಸೂಚನೆ:— ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮತ್ರೈರಾಶಿಕದಂತೆ "$\frac{\text{೨ನೇ ಪದ}}{\text{೧ನೇ ಪದ}} \times$ ೩ನೇ ಪದ" ಇದರ ಬದಲು "$\frac{\text{೧ನೇ ಪದ}}{\text{೨ನೇ ಪದ}} \times$ ೩ನೇ ಪದ" ವನ್ನು ಇಟ್ಟಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೫)

ವ್ಯಸ್ತತ್ರೈರಾಶಿಕ (ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೮)

(೧) ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ೪ ಜನರು ೩ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ; ಇಬ್ಬರೇ ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುವರು ?

(೨) ಧಾರವಾಡದಿಂದ ಬೆಳಗಾಂವಿಗೆ ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ೨೪ ಮೈಲು ವೇಗವುಳ್ಳ ಒಂದು ಮೋಟಾರಕ್ಕೆ ೨ ತಾಸುಗಳು ಬೇಕು. ಆದರೆ ೬ ಮೈಲು ವೇಗದಿಂದ ಹೋಗುವ ಸಾಯಕಲ್ಲಿಗೆಷ್ಟು ತಾಸುಗಳು ಬೇಕು ?

(೩) ಒಂದು ಹೊಲದ ನಟ್ಟು ಕಡಿಯಲಿಕ್ಕೆ ೮ ಜನರಿಗೆ ೬ ದಿನಗಳು ಬೇಕು. ಆದರೆ ಅದನ್ನೇ ೧೬ ಜನರು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವರು ?

(೪) ೩ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ೨ ತಿಂಗಳ ಸಾಲುವಷ್ಟು ಮೇವು ಒಂದೇ ಆಕಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ತಿಂಗಳು ಸಾಲುವದು ?

(೫) ಒಬ್ಬ ಉಪ್ಪಾರನು ೧ ಗೋಡೆಯನ್ನು ೨೦ ದಿ. ಗಳಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟುತ್ತಾನೆ. ಅದನ್ನೇ ೪ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಜನ ಉಪ್ಪಾರರು ಬೇಕು ?

(೬) ೮ ಜನರು ಒಂದು ತಗ್ಗಿನಲ್ಲಿ ನಿಂತ ನೀರನ್ನು ೨೪ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಬರಿದು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ೬ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಬರಿದು ಮಾಡಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಜನರನ್ನು ಹಚ್ಚಬೇಕು ?

(೭) ೧೨ ಜನ ಹೆಂಗಸರು ೩ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹೊಲದ ಕಳೆ ತೆಗೆಯುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ೨ ದಿನಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಆ ಕಳೆ ತೆಗೆಯಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಜನ ಹೆಂಗಸರನ್ನು ಹಚ್ಚಬೇಕು ?

(೮) ೧ ಪುಟಕ್ಕೆ ೨೮ ಸಾಲುಗಳಂತೆ ಹಾಕಿದರೆ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವು ೧೦೪ ಪುಟದ್ದಾಗುವದು. ಆದರೆ ಪುಟಕ್ಕೆ ೨೭ ಸಾಲುಗಳಂತೆ ಹಾಕಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಪುಟದ್ದಾಗುವದು ?

(೯) ದಿನಾಲು ೨೦ ಕೊಡಗಳಂತೆ ಬಳಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಹೌದಿನೊಳಗಿನ ನೀರು ೧೫ ದಿನ ಸಾಲುವದು. ಅದೇ ನೀರು ೨೫ ದಿನ ಸಾಲಬೇಕಾದರೆ ದಿನಾಲು ಎಷ್ಟು ಕೊಡ ನೀರನ್ನು ಬಳಿಸಬೇಕು ?

(೧೦) ೮ ಮಂದಿ ೧೫ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಒಡ್ಡನ್ನು ಹಾಕುತ್ತಾರೆ; ಆದರೆ ಅದನ್ನೇ ೧೨ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಜನರು ಬೇಕು ?

(೧೧) ಒಂದು ಗುಂಡಿಯಲ್ಲಿರುವ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ೪ ಚಕ್ಕಡಿಗಳು ೧೫ ಸಾರೆ ಒಯ್ಯುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ೫ ಚಕ್ಕಡಿಗಳು ಅದೇ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಎಷ್ಟು ಸಾರೆ ಒಯ್ಯಬಹುದು ?

(೧೨) ಒಂದು ಮನೆಯಲ್ಲಿ ೧೨ ಜನರಿಗೆ ೨ ತಿಂಗಳ ಸಾಲುವಷ್ಟು ಅಕ್ಕಿಯಿದೆ. ೩ ಜನರು ಹೆಚ್ಚಿಗಿದ್ದರೆ ಆ ಅಕ್ಕಿ ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಸಾಲುವದು ?

(೧೩) ಒಂದು ದಂಡಿನಲ್ಲಿಯು ೧೨೦೦ ಜನರಿಗೆ ೬೦ ದಿನ ಸಾಲುವಷ್ಟು ಅನ್ನವಿದೆ. ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ೨೦೦ ಜನರನ್ನು ಹೊರಗೆ ಕಳಿಸಲು ಉಳಿದವರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ದಿವಸ ಸಾಲುವದು ?

(೧೪) ಒಂದು ಮನೆಯನ್ನು ೧೦ ಜನರು ೪೫ ದಿ. ಗಳಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟುತ್ತಾರೆ. ಅದನ್ನು ೩೦ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಮುಗಿಸಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಜನರನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಹಚ್ಚಬೇಕು ?

(೧೫) ೧೫ ಜನರಿಗೆ ೪ ತಿಂಗಳ ಸಾಲುವಷ್ಟು ಧಾನ್ಯವಿದೆ. ೧ ತಿಂಗಳ ಮೇಲೆ ೧೦ ಜನರು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಬಂದರೆ ಅದು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಸಾಲುವದು ?

(೧೬) ಒಂದು ಹೊಲದ ಜೋಳವನ್ನು ೧೨ ಜನರು ೮ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಯ್ಯುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ೩ ದಿವಸ ಕೊಯ್ದುಬಳಿಕ ಇಬ್ಬರು ಬಿಟ್ಟುಹೋದರೆ ಅದು ಆರಂಭದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುವದು ?

(೧೭) ೧೨೦ ಜನರು ಒಂದು ರಸ್ತೆಯನ್ನು ೬೦ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ತಯಾರಿಸುವರು. $\frac{೧}{೩}$ ಕೆಲಸವಾದ ಬಳಿಕ ೪೦ ಜನರನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಹಚ್ಚಿದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಆ ರಸ್ತೆಯು ತಯಾರಾಗುವದು ?

(೧೮) ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ೬೦ ಜನರು ೪೦ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಅರ್ಧ ಕೆಲಸ ಆದಬಳಿಕ ೧೦ ಜನರು ಬಿಟ್ಟುಹೋದರೆ ಆ ಕೆಲಸ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುವದು? ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ದಿವಸ ಹಿಡಿದಂತಾಗುವದು?

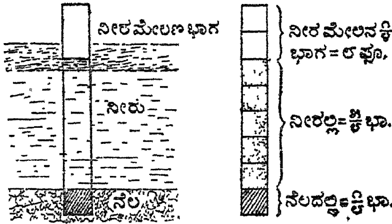
(೧೯) ನಾನು ಸಾಯಕಲ್ಲಿನಿಂದ ತಾಸಿಗೆ ೮ ಮೈಲಿನಂತೆ ಹೋದರೆ ೬ ತಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಊರನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತೇನೆ. ಆದರೆ ಅರ್ಧ ಹಾದಿ ಹೋದಬಳಿಕ ಸಾಯಕಲ್ಲಿನ ವೇಗವು ೧ ಮೈಲಿನಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಆ ಊರಿಗೆ ಹೋಗಲಿಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ತಡವಾಗುವದು ?

(೨೦) ಕೆಲವು ಜನರು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ೨೪ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಅವರು $\frac{೧}{೪}$ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮಾಡಿದಬಳಿಕ ಅವರ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಅವರ

ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಜನರು ಬರಲು ಆ ಕೆಲಸವು ಆರಂಭದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯುವದು ? [ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿರಿ.]

ಮಿಶ್ರ ಲೆಕ್ಕಗಳು

ಮಾದರಿಯ ಲೆಕ್ಕ:— (೧) ಕೆರೆಯಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಿದ ಒಂದು ಕಂಬದ ೧/೮ ಭಾಗವು ನೆಲದಲ್ಲಿ, ೫/೮ ಭಾಗವು ನೀರಲ್ಲಿ, ಉಳಿದ ಭಾಗವು ನೀರ ಮೇಲಿದೆ. ಮೇಲಿದ್ದ ಭಾಗವು ೮ ಫೂಟು ಉದ್ದವಿದ್ದರೆ, ಕೆರೆಯ ನೀರಿನ ಆಳವೆಷ್ಟು ?



ರೀತಿ:— (ಆಕೃತಿ ನೋಡಿರಿ) ಒಂದು ಕಂಬದಲ್ಲಿ ೧/೮ ಭಾಗ ನೆಲದಲ್ಲಿ; ೫/೮ ಭಾಗ ನೀರಲ್ಲಿ; ಉಳಿದದ್ದು ನೀರಮೇಲೆ ಅದೆ.

∴ ನೀರಮೇಲಿನ ಭಾಗ = ೧ − ೧/೮ − ೫/೮ = ೨/೮ = ೧/೪ ಭಾಗ.

ಈ ೧/೪ ಭಾಗದ ಉದ್ದಳತೆಯೆಂದರೆ ೮ ಫೂಟು ಎಂದು ಹೇಳಿದೆ.

∴ ನೀರಲ್ಲಿದ್ದ ಭಾಗದ ಉದ್ದಳತೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು:—

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ

ಮುಖ್ಯಾಂಶ	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :
೧/೪ ಭಾಗದ ಉದ್ದಳತೆ ೮ ಫೂ..	೧ ಭಾಗವು ೧/೪ ಭಾಗದ ೪ ಪಟ್ಟು
∴ ೧ ಭಾಗ = ೩೨ ಫೂ.	∴ ಇಡೀ ಭಾಗ = ೮ × ೪ = ೩೨ ಫೂ.
∴ ೫/೮ ಭಾಗ = ೨೦ ಫೂ.	∴ ೫/೮ ಭಾಗ = ೩೨ × ೫/೮ = ಫೂ.

ಅಂದರೆ ನೀರಿನ ಆಳ ೨೦ ಫೂಟು. ಉತ್ತರ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿ

ಮೇಲಿನ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಬಳಿಕ

ಸ. ೧/೪ ಭಾ. : ೫/೮ ಭಾ. : : ೮ ಫೂ.

∴ ಇ. ಪ. = ೫/೮ × ೪/೧ × ೮/೧ = ೨೦ ಫೂ. ∴ ನೀರಿನ ಆಳ ೨೦ ಫೂ. ಉ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೭)

(೧) ಒಬ್ಬನು ತನ್ನ ಆಸ್ತಿಯ ೪/೭ ಭಾಗವನ್ನು ಮಗನಿಗೆ, ಉಳಿದದ್ದನ್ನು ಮಗಳಿಗೆ ಕೊಟ್ಟನು. ಮಗಳಿಗೆ ೬೦೦೦ ರೂ. ಗಳು ಬಂದರೆ ಮಗನಿಗೆ ಬಂದ ಆಸ್ತಿ ಎಷ್ಟು ?

(೨) ಒಂದು ಕಬ್ಬಿನ ೫/೨೧ ಭಾಗ ಸೋಗೆಯೂ, ೪/೭ ಭಾಗ ಗಣಿಕೆಯೂ ಇದ್ದು ಉಳಿದದ್ದು ಬೇರಿನ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಬೇರಿನ ಭಾಗವು ೧/೨ ಫೂ. ಇದ್ದರೆ ತಿನ್ನತಕ್ಕ ಗಣಿಕೆಯ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ? ಮತ್ತು ಇಡೀ ಕಬ್ಬಿನ ಉದ್ದಳತೆಯೆಷ್ಟು ?

(೩) ಒಂದು ಹಳ್ಳಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಜನರ ೧/೨ ಒಕ್ಕಲಿಗರು, ೧/೬ ನೇಕಾರರು, ಉಳಿದವರು ಕೂಲಿಯುವರು ಇದ್ದಾರೆ. ಕೂಲಿಯುವರ ಸಂಖ್ಯೆ ೨೫೦ ಇದ್ದರೆ ಒಕ್ಕಲಿಗರೆಷ್ಟು ? ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ಆ ಹಳ್ಳಿಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯೆಷ್ಟು ?

(೪) ನಮ್ಮ ಹೊಲದ ೨/೫ ಭಾಗವು ಎರೆ, ೨/೭ ಭಾಗ ಮಸಾರಿ, ಉಳಿದದ್ದು ಗರಸು ಇದೆ. ಗರಸಿನ ಭಾಗವು ೩ ಎಕರೆ ಇದ್ದರೆ ಎರೆ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ?

ಮಾದರಿಯ ಲೆಕ್ಕ (೨):— ೮ ಜನ ಕೂಲಿಯುವರ ೨ ವಾರಗಳ ಕೂಲಿ ೨೪ ರೂ. ಆದರೆ ೧೫ ಜನರ ೫ ವಾರಗಳ ಕೂಲಿಯೆಷ್ಟು ?

ರೀತಿ:— ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಲೆಕ್ಕಗಳು ಇವೆ. (೧) ಜನರಿಂದ ಕೂಲಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು. (೨) ವಾರಗಳಿಂದ ಕೂಲಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು. ಮೊದಲು ೨ ವಾರಗಳನ್ನು ಹಾಗೇ ಇಟ್ಟು ಜನರಿಂದ ಕೂಲಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು, ಆ ಮೇಲೆ ೨ ವಾರಗಳಿಂದ ೫ ವಾರಗಳ ಕೂಲಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು.

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ

ಮುಖ್ಯಾಂಶ :	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :
೮ ಜನರ ೨ ವಾ. ಕೂಲಿ ೨೪ ರೂ.	೧ ಮನುಷ್ಯ ೮ ಜನರ ೧/೮ ಪಟ್ಟು
∴ ಒಬ್ಬನ ೨ ವಾ. ಕೂಲಿ ೩ ರೂ.	∴ ಕೂಲಿ = ೨೪ ರೂ. × ೧/೮ = ೩ ರೂ.
∴ ೧೫ ಜ. ೨. ವಾ. ಕೂ. ೪೫ ರೂ.	∴ ಕೂಲಿ = ೩ × ೧೫ = ೪೫ ರೂ.
∴ ೧೫ ಜ. ೧ ವಾ. ಕೂ. ೪೫/೨ ರೂ.	∴ ಕೂಲಿ = ೪೫ × ೧/೨ = ೪೫/೨ ರೂ.
∴ ೧೫ ಜನರ ೫ ವಾರಗಳ ಕೂಲಿ	∴ ಕೂಲಿ = ೪೫/೨ × ೫ = ೨೨೫/೨ ರೂ.
೨೨೫/೨ = ೧೧೨½ ರೂ. ಉತ್ತರ.	= ೧೧೨½ ರೂ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿ

ಸಮ:— ೮ ಜನರು : ೧೫ ಜನರು : : ೨೪ ರೂ. ಗಳಿಸುತ್ತಾರೆ.
(೨ ವಾರ) (೨ ವಾರ)

∴ ಇ. ಪ. = $\frac{೧೫}{೮} \times \frac{೨೪}{೧}$ = ೪೫ ರೂ. ಗಳಿಸುತ್ತಾರೆ.

ವಾರಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿ ಕೂಲಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವದು.

ಸಮ:— ೨ ವಾರ : ೫ ವಾರ : : ೪೫ ರೂ.
(೧೫ ಜ.) (೧೫ ಜ.)

∴ ಇ. ಪ. = $\frac{೫}{೨} \times \frac{೪೫}{೧}$ = $\frac{೨೨೫}{೨}$ ರೂ. = ೧೧೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ.

೧೧೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಕೂಲಿ ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೭)

(೧) ೫ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ೬ ವಾರಕ್ಕೆ ೨೬ ರೂ. ೪ ಆಣೆಗಳ ಮೇವು ಬೇಕು. ಆದರೆ ೮ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ೧೦ ವಾರಗಳಿಗೆಷ್ಟು ರೂ.ಗಳ ಮೇವು ಬೇಕು?

(೨) ೬ ಜನರು ೧೮ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ೨೪ ಮೊಳ ಉದ್ದ ಕಾಲುವೆಯನ್ನು ಕಡಿದರೆ ೮ ಜನರು ೨೪ ದಿ. ಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೊಳ ಕಾಲುವೆ ಕಡಿಯುವರು ?

(೩) ೪೦ ಸೇರು ಜೋಳವನ್ನು ೮ ಜನರು ೧೫ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ತಿಂದರೆ ೬೦ ಸೇರು ಜೋಳ ೬ ಜನರಿಗೆ ಎಷ್ಟು ದಿವಸ ಸಾಲುವವು ?

(೪) ೨ ನಳಗಳಿಂದ ೪೦ ಮಿನಿಟಿನಲ್ಲಿ ೨೪೦ ಕೊಡ ನೀರು ಬರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ೫ ನಳಗಳಿಂದ ೩೦ ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೊಡ ನೀರು ಬರುವದು ?

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— (೩) ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ೩೦ ಜನರು ೨೪ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ೬ ದಿವಸ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿ ಕೆಲವರನ್ನು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ತಕ್ಕೊಂಡು ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಆರಂಭದಿಂದ ೧೮ ದಿನಸಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಿದರೆ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ತಕ್ಕೊಂಡ ಜನರೆಷ್ಟು ?

೧ನೇ ರೀತಿ:— ಆಳಿನ ಲೆಕ್ಕದ ಮೇಲಿಂದ— ದಿನಕ್ಕೆ ೩೦ ಜನರಂತೆ ೨೪ ದಿವಸ ದುಡಿದರೆ ಕೆಲಸ ಮುಗಿದಿದೆ.

∴ ೩೦ ಜನರು × ೨೪ = ೭೨೦ ಆಳಿನ (೧ ದಿನದ) ಕೆಲಸವಿದೆ.

ಇನ್ನು ೩೦ ಜನರ ೮ ದಿವಸದ ಕೆಲಸ ಅಂದರೆ ೩೦ × ೮ = ೨೪೦ ಆಳಿನ ಕೆಲಸವಾಗಿದೆ. ∴ ೭೨೦ ಆ. – ೨೪೦ ಆ. = ೪೮೦ ಆಳಿನ ಕೆಲಸ ಉಳಿಯಿತು. ಒಟ್ಟು ೧೮ ದಿನವಲ್ಲಿ ಮುಗಿದದೆ. ∴ ೧೮ ದಿ. – ೮ ದಿ. = ೧೦ ದಿನ. ಈ ೧೦ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮೂಲ ಜನರೂ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದವರೂ ದುಡಿದಿದ್ದಾರೆ, ಅಂದರೆ ಒಟ್ಟಿಗೆ ೪೮೦ ಆಳಿನ ಕೆಲಸವಾಗಿದೆ.

∴ ೪೮೦ ÷ ೧೦ = ೪೮ ಜನರು ದಿನಾಲು ದುಡಿದಿರಬೇಕು.
ಆದರೆ ಮೊದಲಿದ್ದವರು ೩೦ ಜನರು. ∴ ೪೮ – ೩೦ ಜ. = ೧೮ ಜ.

∴ ೧೮ ಜನರು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದವರು. ಉತ್ತರ.

೨ನೇ ರೀತಿ:— ೩೦ ಜನರು ೨೪ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ; ಆದರೆ ಅವರು ೮ ದಿನ ಮಾತ್ರ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಇದರಿಂದ ಇನ್ನು ೨೪ ಧಿ. – ೮ ದಿ. = ೧೬ ದಿವಸಗಳ ಕೆಲಸ ಉಳಿಯಿತು. ಉಳಿದ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ೩೦ ಜನರೂ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದವರೂ ಕೂಡಿಯೇ (೧೮ ದಿ. – ೮ ದಿ. =) ೧೦ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಜನರು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಯಲಿಕ್ಕೆ ದಿವಸಗಳು ಕಡಿಮೆ ಹತ್ತುತ್ತವೆ. ∴ ಜನರು ಮತ್ತು ದಿವಸ ಪದಗಳು ವ್ಯಸ್ತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ

ಮುಖ್ಯಾಂಶ :	**ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ :**
೧೬ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಕೆಲಸವನ್ನು ೩೦ ಜನರು ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ.	೧ ದಿನವು ೧೬ ದಿನಗಳ ೧/೧೬ ಪ. ∴ ೧ ದಿನದಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬೇಕಾದರೆ ೧೬ ಪ. (ವ್ಯಸ್ತ) ∴ ೩೦ × ೧೬ ಪ. = ೪೮೦.
∴ ೧ ದಿನದಲ್ಲಿ ೪೮೦ ಜ. ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ.	೧೦ ದಿನಗಳು, ೧ ದಿನದ ೧೦ ಪಟ್ಟು ಮತ್ತು ವ್ಯಸ್ತ.
∴ ೧೦ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ೪೮ ಜನರು ಮುಗಿಸುತ್ತಾರೆ.	∴ ಬೇಕಾಗುವ ಜನರು ೧/೧೦ ಪ.
∴ ೪೮ ಜನರು	∴ ಜನರು = ೪೮೦ × ೧/೧೦ = ೪೮.

ಇನ್ನು ಮೊದಲಿದ್ದವರು ೩೦ ಜನರು. ∴ (೪೮ – ೩೦ =) ೧೮ ಜನರು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದವರು. ಉತ್ತರ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿ

ವ್ಯಸ್ತ:— ೧೬ ದಿ. : ೧೦ ದಿ. : : ೩೦ ಜನರು.

∴ ಇ. ಪ. = $\frac{೧೬}{೧೦}$ × ೩೦ = ೪೮ ಜನರು (ಒಟ್ಟು ಜನರು).

∴ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದವರು = ೪೮ ಜ. – ೩೦ ಜ. = ೧೮ ಜ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೮)

(೧) ೧೨ ಜನರಿಗೆ ೩೦ ದಿವಸ ಸಾಲುವಷ್ಟು ರೇಶನ್ ತಂದಿದೆ; ಆದರೆ ಕೆಲವು ಜನರು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಬಂದದ್ದರಿಂದ ಅದು ೨೦ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ತೀರಿತು. ಆದರೆ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಬಂದ ಜನರೆಷ್ಟು?

(೨) ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ೮ ಜನರು ೧೨ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಅವರಲ್ಲಿ ಕೆಲವರು ಬಿಟ್ಟು ಹೋದದ್ದರಿಂದ ಆ ಕೆಲಸವು ೧೬ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಯಿತು. ಆದರೆ ಬಿಟ್ಟು ಹೋದ ಜನರೆಷ್ಟು?

(೩) ರಂಗನು ಸಾಯುಕಲ್ಲಿನಿಂದ ತಾಸಿಗೆ ೧೦ ಮೈಲಿನಂತೆ ಧಾರವಾಡದಿಂದ ೬೦ ಮೈಲು ದೂರವಿರುವ ಒಂದು ಊರಿಗೆ ಹೊರಟು ೨೦ ಮೈಲು ಹೋದ ಬಳಿಕ ಮೋಟಾರದಿಂದ ಹೋಗಿ ೩ ತಾ. ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ಮುಟ್ಟಿದನು. ಆದರೆ ಮೋಟಾರದ ವೇಗವೆಷ್ಟು?

(೪) ೧೬ ಆಕಳುಗಳಿಗೆ ೨ ತಿಂಗಳ ಸಾಲುವಷ್ಟು ಮೇವು ಇದೆ. ೧ ತಿಂಗಳಮೇಲೆ ಕೆಲವು ಆಕಳುಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಕೊಂಡದ್ದರಿಂದ, ಆ ಮೇವು ೬ ದಿವಸ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ತೀರಿತು. ಆದರೆ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಕೊಂಡ ಆಕಳುಗಳೆಷ್ಟು?

(೫) ೧೫ ಜನರು ೨೪ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮನೆಯನ್ನು ಕಟ್ಟುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ೮ ದಿವಸ ಮಾಡಿದಮೇಲೆ ಕೆಲವರು ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಲು ಆ ಕೆಲಸವು ೪ ದಿನ ತಡವಾಗಿ ಮುಗಿಯಿತು. ಆದರೆ ಬಿಟ್ಟು ಹೋದ ಜನರೆಷ್ಟು?

ಸರಳಬಡ್ಡಿ

ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿ ಯಾವನೊಬ್ಬನಿಗೆ ಹಣದ ಕೊರತೆಯಾಗುವದುಂಟು. ಆಗ ಅವನು ಸಾವುಕಾರರಿಂದ ಹಣವನ್ನು ಸಾಲವಾಗಿ ತರುತ್ತಾನೆ. ಮುಂದೆ ತನ್ನ ಅಡಚಣಿಯನ್ನು ತೀರಿಸಿಕೊಂಡು ತಂದಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಸಾವುಕಾರರಿಗೆ ಮುಟ್ಟಿಸುತ್ತಾನೆ; ಇಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ ಅವರಿಂದಾದ ಉಪಕಾರಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಕೆಲವು ನಿಯಮಿತ ಹಣವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಕೊಡುತ್ತಾನೆ. ಈ ಪ್ರಕಾರ ಸಾಲದ ಹಣಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕೊಡುವದಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿಯೆನ್ನುವರು. ಒಂದು ಬಗೆಯಿಂದ ನೋಡಿದರೆ ಬಡ್ಡಿಯು ಬಳಸಿದ ಹಣದ ಬಾಡಿಗೆಯೆಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು. ಇದರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ತಂದರೆ ಇಲ್ಲವೆ ಹೆಚ್ಚು ದಿವಸ ಅದನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಹೆಚ್ಚು ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕೊಡಬೇಕೆಂಬದು ಸ್ಪಷ್ಟವು.

ಉದಾ:—ಭೀಮನು ಶ್ಯಾಮರಾಯರಲ್ಲಿ ೪೦೦ ರೂ.ಗಳನ್ನು ಸಾಲತಂದು ೧ ವರ್ಷದಮೇಲೆ ಅವರಿಗೆ ೪೦೦ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಅಲ್ಲದೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ೨೦ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಮುಟ್ಟಿಸಿದನು. ಇಲ್ಲಿ ಸಾಲ ಕೊಟ್ಟ ಶ್ಯಾಮರಾಯರಿಗೆ ಸಾವುಕಾರರೆಂತಲೂ, ಸಾಲ ತಂದ ಭೀಮನಿಗೆ ಸಾಲಗಾರನೆಂತಲೂ, ಸಾಲದ ಹಣ (೪೦೦) ರೂಪಾಯಿಗೆ ಅಸಲೆಂತಲೂ, ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕೊಟ್ಟ ಹಣ (೨೦ ರೂ.) ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿಯೆಂತಲೂ ಅನ್ನುವರು. ಅಸಲು ಬಡ್ಡಿ ಕೂಡಿ ಆಗುವ ಒಟ್ಟಿಗೆ ರಾಸು ಎಂತಲೂ ಅನ್ನುವರು. ಇದಲ್ಲದೆ ಸಾಲ ತಂದಾಗಿನಿಂದ ಮುಟ್ಟಿಸುವ ವರೆಗಿನ ಅವಧಿಗೆ ಮುದ್ದತು ಎಂತಲೂ ಅನ್ನುವರು.

ಉದಾ:— ಕೆನರಾ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ೬೦೦ ರೂ.ಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟರೆ ೧ ವರ್ಷದ ಮೇಲೆ ಬ್ಯಾಂಕಿನವರು ೬೦೦ ರೂ. ಗಳಲ್ಲದೆ ನಮ್ಮ ಹಣದ ೧ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿಯೆಂದು ೧೫ ರೂ. ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ.

ಸಾವುಕಾರರು ಸಾಲ ಕೊಡುವಾಗ್ಗೆ ಕೆಲವೊಂದು ಬಡ್ಡಿಯ ಕರಾರು ಮಾಡಿ ಹಣವನ್ನು ಕೊಡುವರು. ಹೀಗೆ ಗೊತ್ತು ಮಾಡಿದ ಬಡ್ಡಿಗೆ "ಬಡ್ಡಿಯ ದರ"ವೆನ್ನುವರು.

ಬಡ್ಡಿಯ ದರದ ಪ್ರಕಾರಗಳು

ಉದಾ:— (೧) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೮ ಬಡ್ಡೀ ದರದಂತೆ ಇಲ್ಲಿ "೧೦೦ ಕ್ಕೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೮ ರಂತೆ" ಎಂಬದೂ

(೨) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ ೧೨ ಆಣೆಯಂತೆ ಇಲ್ಲಿ “೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ ೧೨ ಆಣೆ” ಎಂಬದೂ

(೩) ೧ ರೂ.ಗೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ ೧ ದುಡ್ಡಿನಂತೆ ಇಲ್ಲಿ “೧ ರೂ.ಗೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ ೧ ದುಡ್ಡು” ಎಂಬದೂ ಬಡ್ಡೀದರ ಆಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೯)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು)

(೧) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ. ಕ್ಕೆ ೫ ರಂತೆ ೨೦೦ ರೂ. ಗೆ ೧ ವ. ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?

(೨) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ. ಕ್ಕೆ ೬ತ್ತಿ ದಂತೆ ೪೦೦ ರೂ. ಗೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?

(೩) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ. ಕ್ಕೆ ೪ ರಂತೆ ೮೦೦ ರೂ. ಗೆ ೧ ವ. ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?

(೪) ೧ ರೂ. ಗೆ ೧ ತಿಂ.ಗೆ ೩ ಪೈಯಂತೆ ೬೦ ರೂ.ಗೆ ೧ ತಿಂ.ಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?

(೫) ೧ ರೂ. ಗೆ ೧ ತಿಂ.ಗೆ ೩ ಪೈಯಂತೆ ೮೦ ರೂ.ಗೆ ೧ ತಿಂ.ಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— (೧) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೬ ರಂತೆ ಬಾಳಪ್ಪನು ರಾಮರಾಯರಲ್ಲಿ ೨೫೦ ರೂ. ಗಳನ್ನು ೨ ವರ್ಷಗಳ ವರೆಗೆ ಸಾಲ ತಂದು ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರಬೇಕು ?

ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ

ರೀತಿ	ವಿವರ ಮತ್ತು ಕೃತಿ
೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೬ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ	೧ ರೂ. ಯು ೧೦೦ ರೂ. ಗಳ $\frac{೧}{೧೦೦}$ ಪ.
∴ ೧ ರೂ.ಗೆ ೧ವ.ಕ್ಕೆ $\frac{೬}{೧೦೦}$ರೂ.ಬ.	∴ ಬಡ್ಡಿ=೬ರೂ. × $\frac{೧}{೧೦೦}$=$\frac{೬}{೧೦೦}$ರೂ.
∴ ೨೫೦ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೧೫ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ	೨೫೦ ರೂ.ಗಳು ೧ ರೂ. ಯ ೨೫೦ ಪ.
∴ ೨೫೦ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೨ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೩೦ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ	∴ ಬಡ್ಡಿ = $\frac{೬}{೧೦೦}$ ರೂ. × $\frac{೨೫೦}{೧}$ = ೧೫ ರೂ. ೨ ವ. ಗಳು ೧ ವರ್ಷದ ೨ ಪಟ್ಟು.
∴ ೩೦ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ ಉತ್ತರ.	∴ ಬಡ್ಡಿ = ೧೫ ರೂ. × ೨ = ೩೦ ರೂ.

ತ್ರೈರಾಶಿಕ ಪದ್ಧತಿ

ಸಮ:— ೧೦೦ ರೂ. : ೨೫೦ ರೂ. : : ೬ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ
(೧ ವ.) (೧ ವ.)

∴ ಇ. ಪ. = $\frac{೨೫೦}{೧೦೦}$ × $\frac{೬}{೧}$ = ೧೫ ರೂ.

ಸಮ:— ೧ ವರ್ಷ : ೨ ವರ್ಷ : : ೧೫ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ
(೨೫೦ ರೂ.) (೨೫೦ ರೂ.)

∴ ಇ. ಪ. = $\frac{೨ \times ೧೫}{೧}$ = ೩೦ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ ∴ ೩೦ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ. ಉತ್ತರ

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೦)

(೧ ರಿಂದ ೫ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು)

ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯಿರಿ.

	ಅಸಲು	ಮುದ್ದತು	ಬಡ್ಡಿಯ ದರ	
(೧)	೩೬ ರೂ.	೧ ತಿಂಗಳು	೨ ಪೈ	(೧ಕ್ಕೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ)
(೨)	೩೦ ,,	೪ ,,	೧ ಪೈ	,,
(೩)	೯೦ ,,	೫ ,,	೩ ಪೈ	,,
(೪)	೨೨೦ ,,	೬ ,,	೧ ಪೈ	,,
(೫)	೪೦೦ ,,	೩ ವರ್ಷ	೪	(೧೦೦ಕ್ಕೆ ವರ್ಷಕ್ಕೆ)
(೬)	೫೦೦ ,,	೪ ,,	೫	,,
(೭)	೬೦೦ ,,	೨½ ,,	೩	,,
(೮)	೭೦೦ ,,	೩½ ,,	೩	,,
(೯)	೮೫೦ ,,	೨½ ,,	೪	,,
(೧೦)	೩೦೦ ,,	೬ ತಿಂಗಳು	½	(೧೦೦ಕ್ಕೆ ತಿಂಗಳಿಗೆ)
(೧೧)	೩೫೦ ,,	೮ ,,	½	,,
(೧೨)	೪೨೫ ,,	೪ ,,	೧೨ ಆ.	,,
(೧೩)	೩೫೦ ,,	೬ ,,	೮ ಆ.	,,
(೧೪)	೨೫೦ ,,	೯ ,,	೧ ರೂ.	,,

ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ರಾಸು ತೆಗೆಯಿರಿ. (ರಾಸು = ಅಸಲು + ಬಡ್ಡಿ)

(೧೫)	೪೮೦ ರೂ.	೪ ವರ್ಷ	೫	(೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ)
(೧೬)	೩೨೪ ,,	೬ ,,	೮	,,
(೧೭)	೬೫೦ ,,	೩½ ,,	೪	,,
(೧೮)	೭೫೦ ,,	೨½ ,,	೪	,,
(೧೯)	೧೦೨೫ ,,	೪½ ,,	೮	,,
(೨೦)	೫೪೦ ,,	೧ ,,	೨ ಪೈ	(೧ ಕ್ಕೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ)

ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಆಕರಿಸುವ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೀತಿ

ಬ್ಯಾಂಕು ಹಾಗು ಸಾವುಕಾರರಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯ ವ್ಯವಹಾರವೇ ಹೆಚ್ಚು. ಅವರು ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಬಹು ಸುಲಭವಾಗಿ ತೆಗೆಯುವ ಸಂಕ್ಷೇಪ ರೀತಿಯೊಂದು ಇದೆ. ಅದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವಾ.

[೧] ನೂರಕ್ಕೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೬ ರಂತೆ, ೨, ೩,.... ನೂರು ಇತ್ಯಾದಿ ಅಸಲುಗಳ ೧ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೋಡುವಾ.

೧ ನೂರಕ್ಕೆ	೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ	೬ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ	[೬ ಬ. × ೧ = ೬]
೨ ,,	೧ ,,	೧೨ ,, ,,	[೬ ಬ. × ೨ = ೧೨]
೩ ,,	೧ ,,	೧೮ ,, ,,	[೬ ಬ. × ೩ = ೧೮]

ಇದರಿಂದ ಹೊರಡುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮವೆಂದರೆ— **ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ನೂರಕ್ಕೆ ಕೇಳಿರುವರೋ ಅಷ್ಟರಿಂದ ಬಡ್ಡೀದರಕ್ಕೆ ಗುಣಿಸಲು ೧ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.**

[೨] ೧೦೦ಕ್ಕೆ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೬ ರಂತೆ ೨ ನೂರು ಅಸಲಿಗೆ ೨, ೩,.... ಇತ್ಯಾದಿ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡುವಾ.

೧ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ	೨ ನೂರಕ್ಕೆ	೧೨ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ	[೬ × ೨ × ೧ = ೧೨]
೨ ವ. ಗಳಲ್ಲಿ	೨ ,,	೨೪ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ	[೬ × ೨ × ೨ = ೨೪]
೩ ,,	೨ ,,	೩೬ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ	[೬ × ೨ × ೩ = ೩೬]

ನಿಯಮ:— ಬಡ್ಡಿ = ಬಡ್ಡೀದರ × ಅಸಲಿನ ನೂರರ ಸಂಖ್ಯೆ × ವರ್ಷ.

ನೆನಪಿಡಿರಿ:— ಅಸಲನ್ನು ನೂರರಲ್ಲಿ, ಮುದ್ದತನ್ನು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ತಂದುಕೊಂಡು ಮೇಲಿನ ನಿಯಮದಂತೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಆಕರಿಸಬಹುದು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೮ರಂತೆ ೪೫೦ ರೂ. ಗೆ ೨ ವರ್ಷ ೬ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟಾಗುವದು?

ರೀತಿ:— ೪೫೦ ರೂ. = ೪$\frac{೧}{೨}$ ನೂರು ಮತ್ತು ೨ ವರ್ಷ ೬ ತಿಂ. = ೨$\frac{೧}{೨}$ ವರ್ಷ.

∴ ಬಡ್ಡಿ ರೂ. = ೮ × ೪$\frac{೧}{೨}$ × ೨$\frac{೧}{೨}$ = $\frac{೮}{೧} \times \frac{೯}{೨} \times \frac{೫}{೨}$ = ೯೦ ರೂ.

∴ ೯೦ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೧)

(ಎಲ್ಲವೂ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು)

(೧) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೪ರಂತೆ ೫೦೦ ರೂ.ಗೆ ೩ ವ.ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?
(೨) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೬ರಂತೆ ೩೫೦ ರೂ.ಗೆ ೪ ವ. ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?
(೩) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೪$\frac{೧}{೨}$ದಂತೆ ೨೦೦ ರೂ.ಗೆ ೫ ವ. ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?
(೪) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೩ರಂತೆ ೨೫೦ ರೂ.ಗೆ ೩$\frac{೧}{೨}$ ವ.ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?
(೫) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೮ ರಂತೆ ೩೨೫ ರೂ.ಗೆ ೨$\frac{೧}{೨}$ ವ.ಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?

ಕಚ್ಚೆಗಳು

ಉದಾ:— ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ. ಕ್ಕೆ ೫ ರಂತೆ ೪೦೦ ರೂ. ಅಸಲಿಗೆ ೬ ವ.ಕ್ಕೆ ಆಗುವ ಬಡ್ಡಿಯಷ್ಟೇ ಬಡ್ಡಿಯಾಗಲಿಕ್ಕೆ ಅಸಲು ಮತ್ತು ವರ್ಷಗಳು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆಂಬದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿರಿ.

	ಅಸಲು	ವರ್ಷ	ಬ. ದರ	∴ ಬಡ್ಡಿ (ನಿಶ್ಚಿತವಾದದ್ದು).
(೧)	೪೦೦ ರೂ.	೬ ವ.	೫	೧೨೦ ರೂ.
(೨)	೨೦೦ ,,	೧೨ ,,	೫	೧೨೦ ,,
(೩)	೮೦೦ ,,	೩ ,,	೫	೧೨೦ ,,
(೪)	೧೨೦೦ ,,	೨ ,,	೫	೧೨೦ ,,
(೫)	೨೪೦೦ ,,	೧ ,,	೫	೧೨೦ ,,

ಕ್ರಮದಿಂದ, ೧ ರಿಂದ ೫ ರ ವರೆಗಿನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ವಿಚಾರಿಸಲು

೧ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ವರ್ಷ ೬ ಇದ್ದು ಅಸಲು ೪೦೦ ಇದೆ.

೨ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ವರ್ಷ ೬ ರಿಂದ ೧೨ ಅಂದರೆ ($\frac{೧೨}{೬}$ =) ೨ ಪಟ್ಟು ಆಗಿ ಅಸಲು ಮಾತ್ರ ೪೦೦ ರಿಂದ ೨೦೦ ರೂ. ಅಂದರೆ ($\frac{೨೦೦}{೪೦೦}$ =) $\frac{೧}{೨}$ ಪಟ್ಟು ಆಗಿದೆ.

ಅದರಂತೆ ೩ನೆಯದರಲ್ಲಿ ವರ್ಷ ೬ ರಿಂದ ೩ ಅಂದರೆ $\frac{೧}{೨}$ ಪಟ್ಟು ಆಗಿ ಅಸಲು ೨ ಪಟ್ಟು ಆಗಿದೆ.

೪ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ವರ್ಷ $\frac{೧}{೩}$ ಪಟ್ಟು ಅಸಲು ೩ ಪಟ್ಟು ಆಗಿದೆ.

೫ನೆಯದ್ದರಲ್ಲಿ ವರ್ಷ $\frac{೧}{೬}$ ಪಟ್ಟು ಅಸಲು ೬ ಪಟ್ಟು ಆಗಿದೆ.

ಈ ಅಸಲಿನ ಹಾಗು ವರ್ಷಗಳ ಪಟ್ಟುಗಳು ($\frac{೧}{೨}$, ೨; ೨, $\frac{೧}{೨}$; ೩, $\frac{೧}{೩}$; ೬, $\frac{೧}{೬}$) ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಿಯಾದ ಬಡ್ಡಿ ಬರ

ಬೇಕಾದರೆ ಆಸಲು, ವರ್ಷಗಳನ್ನು ವ್ಯತ್ಯಯ ಪಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಬದಲಿಸಬಹುದೆಂದಂತಾಯಿತು ? ಈ ನಿಯಮದಿಂದ ಬಡ್ಡಿಯ ಆಕರಣೆಯನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ್ಗೆ ಮುದ್ದತಿನ ಪದದ ತೊಂದರೆ ಇಲ್ಲದಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಅಂದರೆ ಅನೇಕ ವರ್ಷಗಳನ್ನು ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಅನೇಕ ತಿಂಗಳನ್ನು ಹೇಳಿದ್ದರೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೂ ತರುವದು ಒಂದು ಸುಲಭ ಉಪಾಯ.

ಉದಾ:— (೧) ೬೦೦ ರೂ. ಆಸಲಿನ ೩ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿಯೆಂದರೆ, ೬೦೦ ರೂ. × ೩ = ೧೮೦೦ ರೂ. ಆಸಲಿನ ೧ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿಗೆ ಸರಿ.

(೨) ೨೦೦ ರೂ. ಆಸಲಿನ ೨½ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿಗೆ ೨೦೦ × ೫/೨ = ೫೦೦ ರೂ. ಆಸಲಿನ ೧ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿಯು ಸರಿ. ಇತ್ಯಾದಿ.

ಈ ಪ್ರಕಾರವಾಗಿ ಮುದ್ದತನ್ನು ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ ಇಳಿಸುವಾಗ್ಗೆ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದ ಆಸಲನ್ನು ವರ್ಷಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಬಂದದ್ದನ್ನೇ ಆಸಲೆಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗುವದು.

ಹೀಗೆ ಆಸಲು, ಮುದ್ದತುಗಳ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕೆ ಕಚ್ಚೆಗಳೆನ್ನುವರು. ಇಂಥ ಕಚ್ಚೆಗಳಿಂದ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಆಕರಿಸುವದು ಹೆಚ್ಚು ಸುಲಭವಾದದ್ದು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೪ ರಂತೆ ೩೫೦ ರೂ. ಗಳ ೬ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟಾಗುವದು ?

ರೀತಿ:— ಆಸಲು × ವರ್ಷ = ಕಚ್ಚೆಗಳು.

∴ ೩೫೦ × ೬ = ೨೧೦೦ ಕಚ್ಚೆಗಳು.

∴ ೩೫೦ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೬ ವರ್ಷಗಳ ಬಡ್ಡಿ ಅಂದರೆ ೨೧೦೦ ರೂ. ಗಳ ೧ ವರ್ಷದ ಬಡ್ಡಿ.

∴ ೧ ನೂರು ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೧ ವ ಕ್ಕೆ ೪ ರೂ. ಬಡ್ಡಿ ‖ ೨೧ × ೪ = ೮೪ ರೂ.
∴ ೨೧ ,, ,, ,, ೧ ,, ೮೪ ,, ,, ‖

∴ ೮೪ ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೨)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು ೧ ರಿಂದ ೬)

(೧) ೨೦೦ ರೂ.ಗಳ ೨ ವ.ಗಳ ಬಡ್ಡಿ = ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳ ೧ ವ. ದ ಬಡ್ಡಿ ?

(೨) ೩೦೦ ರೂ.ಗಳ ೩ ವ.ಗಳ ,, = ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳ ೧ ವ. ದ ,,

(೩) ೬೦೦ ರೂ.ಗಳ ೪ ವ.ಗಳ ಬಡ್ಡಿ = ೯೦೦ ರೂ.ಗಳ ಎಷ್ಟು ವ.ಗಳ ಬಡ್ಡಿ?

(೪) ೮೦೦ ರೂ.ಗಳ ೬ ತಿಂಗಳ ,, = ೬೦೦ ರೂ.ಗಳ ಎಷ್ಟು ತಿಂಗಳ ,,

(೫) ೯೦೦ ರೂ.ಗಳ ೨ ತಿಂಗಳ ,, = ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳ ೬ ತಿಂಗಳ ,,

(೬) ೧೨೦೦ ರೂ.ಗಳ ೫ ತಿಂಗಳ ,, = ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳ ೬ ತಿಂಗಳ ,,

ಮಿಶ್ರ ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೩)

(೧) ಲಕ್ಷ್ಮಣರಾಯರು ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೮ ರಂತೆ ೧೨೦೦ ರೂ. ಸಾಲಮಾಡಿದ್ದರೆ ೩ ವರ್ಷಗಳ ಮೇಲೆ ಅವರು ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು ?

(೨) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ೬ ರಂತೆ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ೮೦೦ ರೂ. ಸಾಲ ತಂದು ೨೮ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ತೀರಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು ?

(೩) ರಾಮಲಾಲ ಮಾರವಾಡಿಯಲ್ಲಿ ೮ ತಿಂಗಳ ಉದ್ದರಿಯಿಂದ ೧೫೦ ರೂ.ಗಳ ಅರಿವೆಯನ್ನು ಕೊಂಡೆನು. ಅವನು ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೧೨ರಂತೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಹಿಡಿದರೆ ೮ ತಿಂಗಳ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು ?

(೪) ಗುರುಬಸಪ್ಪನು ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೫ ರಂತೆ ೧೫೦೦ ರೂ. ಸಾಲ ತಂದು ೩ ವರ್ಷಗಳ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು ?

(೫) ತೊಲಿಗೆ ೯೬ ರಂತೆ ೧೦ ತೊಲಿ ಬಂಗಾರವನ್ನು ಮಾರಿ ಬಂದ ಹಣವನ್ನು ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ವ.ಕ್ಕೆ ೨ತ್ರಿ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕೊಡುವ ಒಂದು ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟರೆ ೨ ವರ್ಷಗಳ ಮೇಲೆ ನನಗೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಹಣ ದೊರೆಯುವದು ?

(೬) ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ ೧ ರೂ. ಯಂತೆ ೧೨೦ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಸಾಲ ತಂದು ೧ ವ. ೩ ತಿಂಗಳ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಕೊಟ್ಟರೆ ಸಾಲ ತೀರುವದು?

(೭) ಕಾಳವ್ವನು ಕೆಲವು ದಾಗೀನೆಗಳನ್ನು ವತ್ತೆಯಿಟ್ಟು ೧ ರೂ. ಗೆ ೧ ತಿಂಗಳಿಗೆ ೨ ಪೈ ದರದಂತೆ ೯೦ ರೂ. ಸಾಲ ತಂದಳು. ಮುಂದೆ ೬ ತಿಂಗಳ ಮೇಲೆ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ಸಾಲ ತೀರುವದು ?

(೧ ರಿಂದ ೬ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕಚ್ಚಿಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ)

ಲಾಭಹಾನಿ

ಬಾಲಕರೇ, ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ೧ ಡಝನ ನೋಟುಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರುವಿರಿ ? ೧ ರೂ. ೮ ಆ. ಗಳಿಗಲ್ಲವೇ ? ಅವನ್ನು ಹೇಗೆ ೧ ಡಝನ ಕೊಂಡಿದ್ದಿರಿ ? ೧ ರೂ. ೪ ಆಣೆಗಳಿಗಲ್ಲವೇ ? ಇದರಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ, ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ (೧ ರೂ. ೮ ಆ.) – (೧ ರೂ. ೪ ಆ.) = ೪ ಆಣೆ ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಬಂದಿತು. ಈ ಹಣಕ್ಕೆ ಲಾಭವೆನ್ನುವರು.

∴ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಲಾಗಿ ಉಳಿಯುವದೇ ಲಾಭವು. .... (೧)

ನಿಮ್ಮ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಆನೆಯ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ೧ ರೂ. ಗೆ ಮಾರಿದಿರಿ. ಆದನ್ನು ೧ ರೂ. ೨ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡಿದ್ದಿರಿ. ಹಾಗಾದರೆ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಿದಂತಾಯಿತು ?

೧ ರೂ. ೨ ಆ. ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ – ೧ ರೂ. ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ೨ ಆಣೆ ಕಡಿಮೆ. ಈ ಹಣಕ್ಕೆ ಹಾನಿಯೆನ್ನುವರು.

∴ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಲಾಗಿ ಉಳಿಯುವದೇ ಹಾನಿಯು. .... (೨)

ಈ ಎರಡೂ ನಿಯಮಗಳಿಂದ ಬೇರೆ ನಿಯಮಗಳು ಹೊರಡುತ್ತವೆ.

(ಮಾ. ಬೆ. ಯೆಂದರೆ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ; ಕೊಂ. ಬೆ. ಯೆಂದರೆ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು.) ಲಾಭವಾಗಿದ್ದರೆ, ಮಾ. ಬೆ.= ಕೊಂ. ಬೆ. + ಲಾಭ, ಕೊಂ. ಬೆ. = ಮಾ. ಬೆ. – ಲಾಭ. .... (೩)

ಮತ್ತು ಹಾನಿಯಾಗಿದ್ದರೆ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ – ಹಾನಿ; ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ + ಹಾನಿ. .... (೪)

ಮಾ. ಲೆ.:–(೧) ೧ ರೂ. ೮ ಆ.ಗಳಿಗೆ ೧ ಡಝನ ಪೆನ್ಸಿಲುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡು ೨ ಆಣೆ ೬ ಪೈಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ಮಾರಿದರೆ ಲಾಭ ಎಷ್ಟಾಗುವದು ?

ರೀತಿ:— ೨ ಆ. ೬ ಪೈ = ೨$\frac{೧}{೨}$ ಆ. = $\frac{೫}{೨}$ ಆ. ಮತ್ತು ೧ ರೂ. ೮ ಆ. = ೧೬ + ೮ = ೨೪ ಆ. ೧ ಡಝನ = ೧೨; ೧ ಡಝನ ಪೆನ್ಸಿಲುಗಳ ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ.

೧ ಪೆನ್ಸಿಲಿಗೆ $\frac{೫}{೨}$ ಆಣೆ	$\frac{೫}{೨}$ ಆ. × ೧೨ = ೩೦ ಆ॥
∴ ೧೨ ಪೆನ್ಸಿಲಿಗೆ ೩೦ ಆಣೆ	

∴ ೧೨ ಪೆನ್ಸಿಲುಗಳ ಮಾ.ಬೆ. ೩೦ ಆ. ಅವುಗಳ ಕೊ. ಬೆ. ೨೪ ಆಣೆ.

∴ ೩೦ ಆ. ಮಾ. ಬೆ. − ೨೪ ಆ. ಕೊ. ಬೆ. = ೬ ಆ. ಲಾಭ ಉತ್ತರ.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— (೨) ೧೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಮಣ ಒಳ್ಳೆಣ್ಣೆಯನ್ನು ಕೊಂಡು ಧಾರಣೆ ಇಳಿಯಲು ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಹಾನಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಅದನ್ನೆಲ್ಲ ಮಾರಿದನು. ಆದರೆ ೧ ಸೇರು ಒಳ್ಳೆಣ್ಣೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾರಿರಬೇಕು ?

ರೀತಿ:—ಕೊ. ಬೆ. ಯು ೧೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಇದ್ದು ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಹಾನಿಯಾಗಿದೆ.

∴ ಮಾ. ಬೆ. = ಕೊ. ಬೆ. − ಹಾನಿ.

∴ ಮಾ. ಬೆ. = ೧೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. − ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. = ೧೦ ರೂ. ೧ ಮ. = ೪೦ ಸೇರು.

∴ ೪೦ ಸೇರಿಗೆ ೧೦ ರೂ.	೧೦ ರೂ. × $\frac{೧}{೪೦}$ = $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. = ೪ ಆ.
∴ ೧ ಸೇರಿಗೆ $\frac{೧}{೪}$ ರೂ. = ೪ ಆ.	∴ ೪ ಆ. ಗೆ ಸೇ. ಮಾ. ಬೆ. ಉತ್ತರ.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— (೩) ಒಬ್ಬ ಕುರುಬನು ೨೪ ರೂ. ಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ೩೦ ಕುರಿಗಳನ್ನು ಮಾರಲಾಗಿ ಅವನಿಗೆ ೬೦ ರೂ. ಲಾಭವಾಯಿತು. ಆದರೆ ಆ ಕುರಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಒಂದರಂತೆ ಕೊಂಡಿರಬೇಕು ?

ರೀತಿ:— ಒಟ್ಟು ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಅದರಲ್ಲಿ ಲಾಭವನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ದೊರೆಯುವದು.

∴ ೧ ಕುರಿಗೆ ೨೪ ರೂ.	೩೦ ಕುರಿ × ೨೪ ರೂ. = ೭೨೦ ರೂ.
∴ ೩೦ ಕುರಿಗೆ ೭೨೦ ರೂ. ಗಳು.	

∴ ಒಟ್ಟು ಮಾ. ಬೆ. = ೭೨೦ ರೂ. ಗಳು ಮತ್ತು ಲಾಭ = ೬೦ ರೂ.

∴ ಕೊಂ. ಬೆ. = ೭೨೦ ರೂ. − ೬೦ ರೂ. = ೬೬೦ ರೂ.

∴ ೩೦ ಕುರಿಗಳಿಗೆ ೬೬೦ ರೂ.	$\frac{೬೬೦}{೧}$ ರೂ. × $\frac{೧}{೩೦}$ = ೨೨ ರೂ.
∴ ೧ ಕುರಿಗೆ ೨೨ ರೂ. ಗಳು.	

∴ ೧ ಕುರಿಯ ಕೊಂ. ಬೆ. ೨೨ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೪)

(ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕ ೧ ರಿಂದ ೫)

(೧) ೧ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ೧$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡು ೧ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದರೆ ಆಗುವ ಲಾಭವೆಷ್ಟು ?

(೨) ೭ ರೂಪಾಯಿ ೮ ಆಣೆಗಳಿಗೆ ೧ ಗಡ್ಡಿ ಕಾಗದವನ್ನು ಕೊಂಡು ೯ ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೆ ಮಾರಿದರೆ ಲಾಭವೆಷ್ಟು ?

(೩) ೧ ಧಡೆ ಬದನೇಕಾಯಿಯನ್ನು ೧೨ ಆ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡು ೧೦ ಆಣೆಗೆ ಮಾರಿದರೆ ಹಾನಿ ಎಷ್ಟು ?

(೪) ೬೦ ರೂ. ಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ೧೦ ಆಕಳುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡು ೭೦ ರೂ. ಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಮಾರಿದರೆ ಆಗುವ ಲಾಭವೆಷ್ಟು ?

(೫) ೧೬ ರೂಪಾಯಿಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ೨೦ ಚೀಲ ಜೋಳವನ್ನು ಕೊಂಡು ೧೫ ರೂ. ಗಳಿಗೊಂದರಂತೆ ಮಾರಲು ಆಗುವ ಹಾನಿ ಎಷ್ಟು ?

(೬) ೧ ರೂ. ೮ ಆ. ಗೊಂದು ಡಝನಿನಂತೆ ೫ ಡ. ಹಣ್ಣು ಕೊಂಡು ೧ ಆ. ೩ ದು. ಗೊಂದರಂತೆ ಮಾರಲು ಆದ ಹಾನಿ ಎಷ್ಟು ?

(೭) ೩೪ ಬಾಟ್ಲಿ ಎಣ್ಣೆಯುಳ್ಳ ಒಂದು ಡಬ್ಬಿಯನ್ನು ೫ ರೂ. ೬ ಆಣೆಗೆ ಕೊಂಡು ೪ ಆಣೆಗೆ ಬಾಟ್ಲಿಯಂತೆ ಮಾರಲು ಎಷ್ಟು ಲಾಭವಾಗುವದು ?

(೮) ೧ ರೂ.ಗೆ ೨ ೧/೩ ಸೇರಿನಂತೆ ೪೫ ರೂ.ಗಳ ಗೋದಿಯನ್ನು ಕೊಂಡು ೧ ರೂ. ಗೆ ೨ ೧/೪ ಸೇರಿನಂತೆ ಮಾರಿದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಲಾಭವಾಗುವದು ?

(೯) ೨೧ ರೂಪಾಯಿಗೆ ೧ ಮಣ ಉತ್ತತ್ತಿಯನ್ನು ಕೊಂಡು ಹೇಗೆ ೧ ಸೇ. ಮಾರಿದರೆ ಒಟ್ಟಿಗೆ ೩ ರೂ. ಲಾಭವಾಗುವದು. (೧ ಮಣ = ೪೮ ಸೇ.)

(೧೦) ಒಂದು ಮೋಸಂಬಿಗೆ ೨ ಆಣೆಗಳಂತೆ ೫ ಡಝನ ಮೋಸಂಬಿ ಗಳನ್ನು ಮಾರಲಾಗಿ, ೧ ರೂ. ೧೪ ಆಣೆ ಹಾನಿಯಾಯಿತು. ಆದರೆ ಒಂದು ಮೋಸಂಬಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಕೊಂಡಿರಬೇಕು ?

ಪ್ರಾಪ್ತಿಯ ಕರ

ವಾರ್ಷಿಕ ಉತ್ಪನ್ನವು ೩೬೦೦ ರೂ. ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದ ವ್ಯಾಪಾರಸ್ಥ, ಉದ್ಯೋಗಸ್ಥ, ಹೆಚ್ಚು ಪಗಾರದ ನೌಕರ ಮೊದಲಾದವರು ಸರಕಾರಕ್ಕೆ ೧ ರೂ. ಗೆ ಇಂತಿಷ್ಟು ಎಂದು ಕೆಲವು ಹಣ ಕೊಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಪ್ರಾಪ್ತಿಯ ಕರವೆಂದು ಹೆಸರು.

ದೇಶದ ಆರ್ಥಿಕ ಸ್ಥಿತಿಗತಿಗಳಿಗನುಸರಿಸಿ ಸರಕಾರದವರು ಒಮ್ಮೊಮ್ಮೆ ಹೊಸ ಕರಗಳನ್ನು ಎತ್ತುವದುಂಟು. ನಮ್ಮ ಸರಕಾರದವರು ೧ ರೂ. ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ೬ ಪೈಗಳಂತೆ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಕರವೆಂದು ತಕ್ಕೊಳ್ಳುವರು. ದೊಡ್ಡ ಪಟ್ಟಣಗಳಲ್ಲಿ ಮನೆಪಟ್ಟಿ, ನಳಪಟ್ಟಿಗಳೆಂದು ವಸೂಲಮಾಡುವದೂ, ಆದರಂತೆ ಹೊರಗಿನಿಂದ ಬರತಕ್ಕ ಹೊಸ ಮಾಲುಗಳಿಗೆ ಜಕಾತಿಯನ್ನು ತಕ್ಕೊಳ್ಳುವದೂ ಒಂದು ಪ್ರಕಾರದ ಕರವೇ. ಇನ್ನೂ ಇಂಥ ಅನೇಕ ಕರಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— ಒಬ್ಬ ನೌಕರನ ಪಗಾರವು ತಿಂಗಳಿಗೆ ೩೫೦ ರೂ. ಇದೆ; ೧ ರೂ. ಗೆ ೩ ಪೈಗಳಂತೆ ಅವನು ವಾರ್ಷಿಕ ಉತ್ಪನ್ನದ ಮೇಲಿನ ಕರವನ್ನು ಕೊಡಲು ಎಷ್ಟು ಉಳಿಯುವದು ?

ರೀತಿ:— ಇಲ್ಲಿ ವಾರ್ಷಿಕ ಉತ್ಪನ್ನವೆಂದರೆ, ವರ್ಷದ ಇಡೀ ಪಗಾರವು. ಆದರ ಮೇಲೆ ಕರವೆಷ್ಟಾಗುವದೆಂಬದನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ. (೧ ವ. = ೧೨ ತಿಂ.)

∴ ೧ ತಿಂ. ಗೆ ೩೫೦ ರೂ. ಪಗಾರ	೧೨ ತಿಂಗಳು ೧ ತಿಂಗಳ ೧೨ ಪಟ್ಟು.
∴ ೧೨ ತಿಂ. ಗೆ ೪೨೦೦ ರೂ.	∴ ಪಗಾರ= ೩೫೦×೧೨= ೪೨೦೦ ರೂ.

∴ ೧ ವರ್ಷದ ಪಗಾರ ೪೨೦೦ ರೂ.; ಇದರ ಮೇಲೆ ೧ ರೂಪಾಯಿಗೆ ೩ ಪೈಗಳಂತೆ ಕರವನ್ನು ತೆಗೆಯುವಾ. ೩ ಪೈ = ೩/೧೯೨ = ೧/೬೪ ರೂ.

∴ ೧ ರೂ.ಗೆ ೧/೬೪ ರೂ. ಕರ	ಕರ = ೧/೬೪ × ೪೨೦೦ ರೂ. = ೫೨೫/೮
∴ ೪೨೦೦ ರೂ.ಗೆ ೬೫ ೫/೮ ರೂ. ಕರ	= ೬೫ ೫/೮ ರೂ.

∴ ಕರ ಕೊಡಲಾಗಿ ಉಳಿಯುವ ಉತ್ಪನ್ನ = ೪೨೦೦ ರೂ. – ೬೫ ೫/೮ ರೂ. = ೪೧೩೪ ೩/೮ ರೂ. ∴ ಉಳಿದ ಉತ್ಪನ್ನ ೪೧೩೪ ೩/೮ ರೂ. ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೫)

(೧) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಗೆ ಒಂದು ವರ್ಷ ೪೮೦೦ ರೂ. ಲಾಭವಾಯಿತು. ಆದರೆ ೧ ರೂ. ಗೆ ೬ ಪೈಗಳಂತೆ ಎಷ್ಟು ಕರವನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು ? ಮತ್ತು ಉಳಿಯುವ ಉತ್ಪನ್ನವೆಷ್ಟು ?

(೨) ಒಬ್ಬ ಸರಕಾರಿ ನೌಕರನ ಉತ್ಪನ್ನದ ಕರವು ೧ ರೂ. ಗೆ ೪ ಪೈಗಳಂತೆ ೮೨ ರೂ. ೮ ಆ. ಆದರೆ ಅವನ ತಿಂಗಳ ಪಗಾರವೆಷ್ಟು ?

(೩) ಒಂದು ಜಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಕೂಡಿದ ಜನರ ತಲೆಪಟ್ಟಿಯು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಿಗೆ ೨ ಆಣೆಗಳಂತೆ ೫೦೦ ರೂ. ಆದರೆ ಆ ಜಾತ್ರೆಗೆ ಕೂಡಿದ ಜನರೆಷ್ಟು ?

(೪) ನಾವು ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಪಾರ ಮಾಡಿದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ೧ ರೂ. ಗೆ ೬ ಪೈಗಳಂತೆ ೬ ರೂ. ೪ ಆ. ವ್ಯಾಪಾರಿ ಕರವನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ, ಆ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ರೂ. ಗಳ ವ್ಯಾಪಾರ ಮಾಡಿರಬೇಕು ?

(೫) ಒಬ್ಬ ಡಾಕ್ಟರನು ೧ ರೂ. ಗೆ ೯ ಪೈಗಳಂತೆ ಉತ್ಪನ್ನದ ಮೇಲಿನ ಕರವನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾನೆ; ಅವನ ವಾರ್ಷಿಕ ನಿವ್ವಳ ಉತ್ಪನ್ನ ೪೫೭೫ ರೂ. ಗಳಿದ್ದರೆ ಅವನ ತಿಂಗಳ ಪಗಾರವೆಷ್ಟು ?

ದಲಾಲಿ ಮತ್ತು ಕಮಿಶನ್

ವ್ಯವಹಾರವು ಸುಸೂತ್ರವಾಗಿ ಸಾಗಲಿಕ್ಕೂ ಮತ್ತು ಬೆಳೆಯಲಿಕ್ಕೂ ಒಬ್ಬ ಮಧ್ಯಸ್ಥಗಾರನ ಅವಶ್ಯಕತೆಯುಂಟು. ಯಂತ್ರ, ಕಾಗದ, ಔಷಧ ಮುಂತಾದವುಗಳ ವ್ಯವಹಾರವು ಅಂಥ ಒಬ್ಬ (ಮಧ್ಯಸ್ಥ) **ಎಜಂಟನ** ಮುಖಾಂತರವಾಗಿಯೇ ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಇಂಥವರಿಗೆ "**ಕಮಿಶನ್**" ಎಂದು ಕೆಲವು ಹಣ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದರಂತೆ ಹತ್ತಿ, ಧಾನ್ಯ, ಹೊಲ, ಮನೆ ಮುಂತಾದವುಗಳ ವ್ಯವಹಾರವೂ **ದಲಾಲನ** ಮುಖಾಂತರವಾಗಿಯೇ ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಅವನಿಗೆ "**ದಲಾಲಿ**" ಎಂದು ಕೆಲವು ಹಣ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. (ಮೂಲ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆಯೇ ಕಮಿಶನ್ ಕೊಡುವರು.

ಮಾ. ಲೆಕ್ಕ:— ಶಿವಪ್ಪನು ದಲಾಲನ ಮುಖಾಂತರ ತನ್ನ ಮನೆಯನ್ನು ಮಾರಿ ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೪ ರಂತೆ ದಲಾಲಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ೨೮೮೦ ರೂ. ಉಳಿದವು. ಆದರೆ ಅದು ಎಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರಿರಬೇಕು ? ಮತ್ತು ಕೊಟ್ಟ ದಲಾಲಿ ಎಷ್ಟು ?

ರೀತಿ:—೧೦೦ ರೂ.ಗೆ ಮಾರಿದ್ದರೆ ೪ ರೂ. ದಲಾಲಿಹೋಗಿ(೧೦೦ ರೂ.– ೪ ರೂ. =) ೯೬ ರೂ. ಉಳಿಯುತ್ತಿತ್ತು. ಆದರೆ ಈಗ ೨೮೮೦ ರೂ. ಉಳಿದಿವೆ.

ಸಮ:— ೯೬ ರೂ. ಉ. : ೨೮೮೦ ರೂ. ಉ. : : ೧೦೦ ರೂ. ಮಾ.ಬೆ

∴ ಇ. ಪ. = $\frac{೨೮೮೦}{೯೬}$ × ೧೦೦ = ೩೦೦೦ ರೂ. ಗಳು.

∴ ೩೦೦೦ ರೂ. ಮಾ. ಬೆ. – ೨೮೮೦ ರೂ. ಉಳಿದದ್ದು=೧೨೦ ರೂ. ದಲಾಲಿ.

∴ ೩೦೦೦ ರೂ. ಮಾ. ಬೆಲೆ; ೧೨೦ ರೂ. ದಲಾಲಿ ಉತ್ತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೬)

(೧) ೧ ರೂ. ಗೆ ೧ ಆಣೆಯಂತೆ ಕಮಿಶನ್ ಕೊಡುವ ಕರಾರದಿಂದ ೪೫ ರೂ. ಗಳ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಕೊಂಡರೆ, ಎಷ್ಟು ಕಮಿಶನ್ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ?

(೨) ೧೦೦ ಕ್ಕೆ ೩ ರಂತೆ ದಲಾಲಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ನಾವು ಒಂದು ಹೊಲವನ್ನು ಮಾರಿದೆವು. ನಮಗೆ ೪೩೬೫ ರೂ. ಗಳು ದೊರೆತರೆ, ಮೂಲ ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರಿರಬೇಕು ?

(೩) ೧೨ ಆಣೆ ಬೆಲೆಯ ಎಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ೧೦೦ಕ್ಕೆ ೨೦ ರಂತೆ ಕಮಿಶನ್ ಮುರಕೊಂಡು ೧೨೦ ರೂ. ಕೊಡಬೇಕಾದೀತು ?

(೪) ೧೦೦ ಕ್ಕೆ ೧೫ ರಂತೆ ಕಮಿಶನ್ ಮುರಕೊಂಡು ೪೦೦ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ೪೨೫ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ಕೊಂಡರೆ ಒಂದರ ಮೂಲ ಬೆಲೆ ಏನು ?

ಜಮಾಖರ್ಚು

ಬಾಲಕರೇ, ನೀವು ನಿಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಪುಸ್ತಕ ಪೆನ್ಸಿಲು ಮೊದಲಾದವು ಗಳನ್ನು ಮಾರಲಿಕ್ಕೆ ತಕ್ಕೊಂಡು ಅವಕ್ಕಾಗಿ ಹಣ ಕೊಡುವಿರಿ. ಅದೇ ಮೇರೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಬೇಡಾದ ಗುಂಡು, ಬಗರಿ ಮುಂತಾದವುಗಳನ್ನು ಮಾರಿ ಹಣ ತಕ್ಕೊಳ್ಳುವಿರಿ. ಇದರಂತೆ ಕೆಲವು ಜನರಿಗೆ ಪಗಾರ, ಕೂಲಿ-ಕುಂಬಳಿ ಗಳಿಂದ ಹಣ ಬರುವದು. ಹಲವರಿಗೆ ಹೊಲ-ಮನೆಗಳಿಂದ, ಬೇರೆ ಕೆಲವರಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಉದ್ಯೋಗಗಳಿಂದ ಉತ್ಪನ್ನ ಬರುವದು. ಆ ಬಂದ ಹಣದಿಂದ ಕಾಳುಕಡಿ ಮುಂತಾದ ಆಹಾರದ ಸಾಮಾನು, ಅರಿವೆ-ಅಂಚಡಿ ಮುಂತಾದ ಮನೆತನಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವರು. ದಾನ-ಧರ್ಮ, ಮನರಂಜನೆ ಮುಂತಾದ ಕಾರ್ಯಗಳಿಗೆ ಖರ್ಚು ಮಾಡುವರು. ಹೀಗೆ ತರುಬರುವದೂ ಕೊಡಕೊಳ್ಳುವದೂ ಒಂದೇಸವನೆ ನಡೆದಿರುತ್ತದೆ. ಇವು ಗಳಿಗೆ ವ್ಯವಹಾರ ಅನ್ನುವರು.

(೧) **ವ್ಯವಹಾರ:—** ಹಣ ಕೊಟ್ಟು ಸಾಮಾನು ಕೊಳ್ಳುವದಕ್ಕೂ ಹಣ ತಕ್ಕೊಂಡು ಸಾಮಾನು ಮಾರುವದಕ್ಕೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವ್ಯವಹಾರ ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾ:— (೧) ಬಸವನು ೧೦ ಆಣೆ ಕೊಟ್ಟು ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ ಕೊಂಡನು.
(೨) ಸಾವಕ್ಕನ್ನು ೧೫ ಆಣೆಗೆ ಒಂದು ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೀ ಮಾರಿದಳು.
(೩) ಕಲ್ಲಪ್ಪನು ೪ ರೂ. ಗಳಿಗೆ ೧೦ ಸೇರು ಜೋಳ ಕೊಟ್ಟನು.
(೪) ನಾವು ೮ ಆಣೆ ಕಾಯಿಪಲ್ಲೆ ತಂದೆವು.
(೫) ರಂಗನು ಈರನಿಗೆ ೧೦ ರೂ. ಕೈಗಡ ಕೊಟ್ಟನು.

ಮೇಲೆ ಬರೆದುವೆಲ್ಲವೂ ವ್ಯವಹಾರಗಳು. ಇದರಂತೆಯೇ ನೀವು ಕೆಲವು ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೨) **ಜಮೆ ಹಾಗು ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳು:—**

(೧) ಈರನ ತಂದೆಯು ಅವನಿಗೆ ೨ ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟನು.

(೩) ಅವನು ತನ್ನ ಹಳೆಯ ಪೆನ್ನು ೧ ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಿದನು.

ಈರನ ಎರಡೂ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಅವನಿಗೆ ಹಣ ಬಂದಿದೆ. (ಜಮೆ ಆಯಿತು.)

(೧) ರಾಮನು ೧ ರೂ. ೮ ಆ. ಕೊಟ್ಟು ಪುಸ್ತಕ ಕೊಂಡನು.
(೨) ೮ ಆಣೆ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿ ಸಿನೇಮಾ ನೋಡಿದನು.

ರಾಮನ ಎರಡೂ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಅವನ ಹಣ ಹೋಗಿದೆ. (ಖರ್ಚಾಗಿದೆ) ಹೀಗೆ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವುಗಳಿಂದ ಹಣ ಬರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವುಗಳಲ್ಲಿ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಜಮೆಯ ವ್ಯವಹಾರ:— ಯಾವ ವ್ಯವಹಾರಗಳಿಂದ ಹಣ ಬರುವುದೋ ಅವುಗಳಿಗೆ **ಜಮೆಯ ವ್ಯವಹಾರ** ಎನ್ನುವರು.

ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರ:— ಯಾವ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಹತ್ತರ ಇದ್ದ ಹಣ ಹೋಗುವದೋ ಅವುಗಳಿಗೆ **ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರ**ವೆನ್ನುವರು.

ಒಟ್ಟಿನಮೇಲೆ ಹಣ ಬಂದರೆ **ಜಮೆ** ಎಂತಲೂ ಹೋದರೆ **ಖರ್ಚು** ಎಂತಲೂ ಅನ್ನುವರು.

ಅಭ್ಯಸನಗಳು

೧. ಕೆಳಗಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಜಮೆ ಹಾಗು ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಾಡಿರಿ.

(ಅ) ಬಸವನು ತಂದೆಯಿಂದ ೫ ರೂಪಾಯಿ ಇಸಗೊಂಡನು.
(ಬ) ರಾಮನು ೮ ಆಣೆಗಳ ಫಲಾಹಾರ ಮಾಡಿದನು.
(ಕ) ನೀಲನು ೧೦ ಆಣೆಗಳ ಕಾಗದ ಕೊಂಡನು.
(ಡ) ಗೌಳಿಯು ೧ ರೂ. ತಕ್ಕೊಂಡು ೨ ಸೇರು ಹಾಲು ಕೊಟ್ಟನು.
(ಇ) ಶ್ಯಾಮನು ೨ ರೂಪಾಯಿಗೆ ಹಳೆಯ ಪೆನ್ನು ಮಾರಿದನು.

೨. ಐದು ಜಮೆಯ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

೩. ಐದು ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

ವ್ಯವಹಾರಗಳ ಲೆಕ್ಕ (ಜಮಾಖರ್ಚು) ವನ್ನು ಬರೆಯುವದು

ಮಕ್ಕಳೇ, ಎಷ್ಟೋ ಸಾರೆ ನೀವು ನಿಮ್ಮ ತಂದೆ, ತಾಯಿ, ಅಣ್ಣ ಮೊದಲಾದವರಿಂದ ಹಣ ಪಡೆಯುವಿರಿ. ಆ ಹಣದಿಂದ ನಿಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಾಮಾನುಗಳನ್ನು ಕೊಳ್ಳುವಿರಿ. ಮತ್ತು ಎಷ್ಟೋ ಸಾರೆ ನಿಮ್ಮ ಮನೆತನದ

ಸಂತೆ ಪೇಟೆಯ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ನೀವೇ ಮಾಡುವ ಪ್ರಸಂಗ ಬರುವದು. ಅದರಂತೆ ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಉತ್ಸವ, ಸಮ್ಮೇಲನ ಮುಂತಾದವುಗಳ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನೂ ನೀವು ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಆ ವ್ಯವಹಾರಗಳ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಹಿರಿಯರಿಗೆ ಒಪ್ಪಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಈ ಎಲ್ಲ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಹಣವು ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಬಂತು? ಯಾರಾರಿಂದ ಬಂತು? ಅದು ಯಾವು ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚಾಯಿತು? ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಯೇ ಇಟ್ಟು ಲೆಕ್ಕ ಒಪ್ಪಿಸುವದು ಕಠಿಣ. ಒಮ್ಮೆಲೆ ಲೆಕ್ಕ ಹೊಂದಲಾರದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಆದ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಸರಿಯಾಗಿ ಬರೆದಿಡಬೇಕಾಗುವದು. ಅದಕ್ಕೆ ಜಮಾಖರ್ಚು ಅನ್ನುವರು.

ಜಮಾಖರ್ಚು:— ಮಾಡಿದ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ಪದ್ಧತಿ ಪ್ರಕಾರ ಸರಿಯಾಗಿ ಬರೆದಿಡುವ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ಜಮಾಖರ್ಚು ಅನ್ನುವರು.

ಜಮಾಖರ್ಚು ಬರೆದಿಡುವದರಿಂದ ಬಂದ ಹಣ ಎಷ್ಟು, ಖರ್ಚಾದ ಹಣ ಎಷ್ಟು, ಕೊಡತಕ್ಕದ್ದು ಎಷ್ಟು, ಬರತಕ್ಕದ್ದು ಎಷ್ಟು, ಯಾವದಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಖರ್ಚಾಯಿತು, ಯಾವದಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ಖರ್ಚಾಯಿತು ಎಂಬುವದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಮುಂದೆ ನಮ್ಮ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಮಾಡಬೇಕೆನ್ನುವ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಬಂದು ಅದರಂತೆ ನಡೆಯಲು ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ.

(೪) **ಡಾಯರಿ** (ವ್ಯವಹಾರಗಳ ಟಿಪ್ಪಣಿ)

ಮಾಡಿದ ವ್ಯವಹಾರಗಳ ಜಮಾಖರ್ಚನ್ನು ಬರೆದಿಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವಾ:—

ಶಂಕರ ಕುಲಕರ್ಣಿ ಎಂಬ ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನು ತಾ|| ೧೫-೧-೫೨ ನೆಯ ದಿವಸ ಮಾಡಿದ ವ್ಯವಹಾರ ಹಾಗು ಅವನು ಬರೆದಿಟ್ಟ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದೆ.

ವ್ಯವಹಾರ:— ತಂದೆಯಿಂದ ೮ ರೂ. ಗಳನ್ನು ಇಸಕೊಂಡನು. ಆ ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ೧೨ ಆಣೆಗೆ ಗಣಿತ, ೮ ಆಣೆಗೆ ಭೂಗೋಲ, ೧ ರೂ. ೪ ಆಣೆಗೆ ಕಂಪಾಸ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ, ೧ ರೂ. ೮ ಆಣೆಯ ಇತಿಹಾಸ, ೧೦ ಆಣೆಯ ಕಾಗದ, ೨ ರೂ. ೮ ಆಣೆಗೆ ಪೆನ್ನು ಕೊಂಡು ತಕ್ಕೊಂಡನು.

ಶ್ರೀ

ಶಂಕರನ ಡಾಯರಿ

ತಾರೀಖು:— ೧೫—೧—೧೯೫೨

ಜಮಾ		ಖರ್ಚು	
ರೂ.ಆ.ಪೈ	ವಿವರ :	ರೂ.ಆ.ಪೈ	ವಿವರ :
೮-೦-೦	ತಂದೆಯಿಂದ ಬಂದದ್ದು.	೦-೧೨-೦	ಗಣಿತ ಕೊಂಡದ್ದು
		೦- ೮-೦	ಭೂಗೋಲ ,,
೮-೦-೦	ಅಂತು	೧- ೪-೦	ಕಂಪಾಸಪೆಟ್ಟಿಗೆ ,,
		೧- ೮-೦	ಇತಿಹಾಸ ,,
		೦-೧೦-೦	ಕಾಗದ ,,
		೨- ೮-೦	ಪೆನ್ನು ,,
		೭- ೨-೦	ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು
		೦-೧೪-೦	ಶಿಲ್ಕು
		೮- ೦-೦	ಅಂತು

ಮೇಲೆ ಬರೆದ ಶಂಕರನ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನೂ ಅವನ ಡಾಯರಿಯನ್ನೂ ಚೆನ್ನಾಗಿ ನೋಡಿರಿ. ಮೊಟ್ಟಮೊದಲು ಪಾನಿನ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಶ್ರೀ ಅಂತಾ ಬರೆದು ಅದರ ಕೆಳಗೆ ತನ್ನ ಹೆಸರು ತಾರೀಖು ಹಾಕಿರುವನು; ಅವನ ವ್ಯವಹಾರ ಗಳಲ್ಲಿ ತಂದೆಯಿಂದ ೮ ರೂ. ಬಂದದ್ದು, ಅದೊಂದೇ ಜಮೆಯ ವ್ಯವಹಾರ. ಉಳಿದುವೆಲ್ಲ ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳು. ಆದಕ್ಕಾಗಿ ಅವನು ತನ್ನ ಡಾಯರಿ ಯಲ್ಲಿ ಗೆರೆ ಹೊಡೆದು ಎರಡು ಮನೆ (ಖಾನೆ) ಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದಾನೆ. ಮೊದಲನೆಯ (ಎಡಗಡೆಯ) ಖಾನೆಗೆ ಜಮಾ ಎಂದು ಬರೆದು ಅದರಲ್ಲಿ ಜಮೆಯ ಹಣ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿವರ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಅದರಂತೆ ಎರಡನೆಯ (ಬಲಗಡೆಯ) ಖಾನೆಗೆ ಖರ್ಚು ಎಂದು ಬರೆದು ಅದರಲ್ಲಿ ಖರ್ಚಿನ ಆರೂ ವ್ಯವಹಾರಗಳ ರಕಮು ಹಾಗು ವಿವರಗಳನ್ನು ಒಂದರಕೆಳಗೊಂದು ಬರೆದಿ ದ್ದಾನೆ. ಒಟ್ಟು ೭ ರೂ. ೨ ಆಣೆ ಖರ್ಚು ಆಗಿದ್ದು ಅದನ್ನು ಎಲ್ಲ ವ್ಯವಹಾರ

ಗಳ ಕೆಳಗೆ ಎಳೆದ ಜೋಡು ಗೆರೆಗಳ ಕೆಳಗೆ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಮತ್ತು ಜಮೆಯು ರಕಮು ಒಂದೇ ಇರುವದರಿಂದ ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಜೋಡು ಗೆರೆ ತೆಗೆದು ೮-೦-೦ ಅಂತು ಎಂದು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಈ ಅಂತು ಜಮೆಯಲ್ಲಿ ಖರ್ಚಾಗಿರುವ ೭ ರೂ. ೨ ಆಣೆಗಳನ್ನು ಕಳೆದು ಉಳಿದ ೧೪ ಆಣೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ ಕೆಳಗೆ ಬರೆದು ಶಿಲ್ಕು ಎಂದಿದ್ದಾನೆ. ಅವನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಹಣ ಈ ಶಿಲ್ಕಿನಷ್ಟೇ ಇರಲಿಕ್ಕೆಬೇಕು.

ಇದರ ಮೇಲಿಂದ ನೀವೂ ಡಾಯರಿ (ಜಮಾಖರ್ಚು) ಬರೆಯುವಾಗ ಕೆಳಗಿನ ಮಾತುಗಳನ್ನು ಲಕ್ಷದಲ್ಲಿಡಬೇಕು.

(೧) ಕಾಗದದ ತಲೆಯ ಮೇಲೆ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಶ್ರೀ ಅಂತಾ ಬರೆದು ಕೆಳಗೆ ಹೆಸರು ತಾರೀಖು ಹಾಕಬೇಕು.

(೨) ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಎರಡು ಭಾಗ ಮಾಡಿ ಮೊದಲನೆಯ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಜಮೆ, ಎರಡನೆಯ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಖರ್ಚು ಎಂದು ಹೆಸರು ಕೊಡಬೇಕು.

(೩) ಜಮೆಯ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಜಮೆಯ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನೂ ಖರ್ಚಿನ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನೂ ಬರೆಯಬೇಕು. ಅವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಮೊದಲು ರಕಮು ಅದರ ಮುಂದೆ ವಿವರ ಈ ಕ್ರಮದಿಂದ ಬರೆಯಬೇಕು.

(೪) ಜಮೆಯ ವ್ಯವಹಾರಗಳ ರಕಮನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ ಜೋಡು ಗೆರೆಯ ಕೆಳಗೆ ಅಂತು ಜಮೆಯೆಂದೂ, ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳ ರಕಮನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ ಜೋಡು ಗೆರೆಯ ಕೆಳಗೆ ಅಂತು ಖರ್ಚು ಎಂದೂ ಬರೆಯಬೇಕು.

(೫) ಅಂತು ಜಮೆಯ ರಕಮಿನಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ ರಕಮನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಉಳಿದದ್ದೇ ಶಿಲ್ಕು ಹಣ, ಅದನ್ನು ಖರ್ಚಿನ ಒಟ್ಟು ರಕಮಿನ ಕೆಳಗೆ ಬರೆದು ಶಿಲ್ಕು ಅಂತಾ ಬರೆಯಬೇಕು.

(೬) ಶಿಲ್ಕು ಮತ್ತು ಖರ್ಚು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ ಅಂತು ರೂಪಾಯಿ ಎಂದು ಬರೆಯಬೇಕು.

ಸೂಚನೆ:— ಕೈಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ಹಣವು ಡಾಯರಿಯಲ್ಲಿಯ ಶಿಲ್ಕಿನಷ್ಟೇ ಇದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಜಮಾಖರ್ಚು ಸರಿಯೆಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು.

ಶಂಕರನ ಎರಡನೆಯ ದಿನದ ಡಾಯರಿ

ಮರುದಿನ ಶಂಕರನು ತನ್ನ ತಾಯಿಯ ಕಡೆಯಿಂದ ೧೦ ರೂ. ಇಸಗೊಂಡನು. ಪೇಟೆಗೆ ಹೋಗಿ ೨ ರೂ. ಟೊಪ್ಪಿಗೆ, ೨ ರೂ. ೪ ಆ. ಅಂಗಿ,

೩ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಚೊಣ್ಣ, ೨ ರೂ. ೪ ಆ. ಬೂಟು ತಂದನು. ಮತ್ತು ಅದರ ಡಾಯರಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆದಿಟ್ಟನು.

ಶ್ರೀ

ಶಂಕರ ಕುಲಕರ್ಣಿ ಡಾಯರಿ

ತಾರೀಖು ೧೬–೧–೧೯೫೨

ಜಮಾ ರೂ.		ಖರ್ಚು ರೂ.	
೦–೧೪–೦	ನಿನ್ನಿನ ಶಿಲ್ಕು	೨– ೦–೦	ಟೊಪ್ಪಿಗೆ ಕೊಂಡದ್ದು
೧೦– ೦–೦	ತಾಯಿಯಿಂದ ಬಂದದ್ದು	೨– ೪–೦	ಅಂಗಿ ,,
		೩–೧೨–೦	ಚೊಣ್ಣ ,,
೧೦–೧೪–೦	ಅಂತು ಜಮೆ	೨– ೪–೦	ಬೂಟು ,,
		೧೦– ೪–೦	ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು
		೦–೧೦–೦	ಶಿಲ್ಕು
		೧೦–೧೪–೦	ಅಂತು ಖರ್ಚು

ಮೇಲಿನ ಡಾಯರಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ಶಂಕರನು ಗೆರೆ ಹೊಡೆದು ಮನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಕಾಗದ ಮಡಿಚಿ ಎರಡು ಭಾಗ ಮಾತ್ರ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಮೊದಲನೆಯದಕ್ಕೆ ಜಮಾ——ರೂ. ಎಂದೂ, ಎರಡನೆಯದಕ್ಕೆ ಖರ್ಚು——ರೂ. ಎಂದೂ ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ನಿನ್ನಿನ ದಿವಸ ತನ್ನಲ್ಲಿ ಶಿಲ್ಕು ಉಳಿದ ೧೪ ಆಣೆಗಳನ್ನು ಜಮೆಯ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ನಿನ್ನಿನ ಶಿಲ್ಕು ಎಂದು ಬರೆದು ಅದರ ಕೆಳಗೆ ತಾಯಿಯಿಂದ ಬಂದ ೧೦ ರೂ. ಜಮೆ ಬರೆದು ಒಟ್ಟು ೧೦ ರೂ. ೧೪ ಆ. ಗಳನ್ನು ಅಂತು ಜಮೆ ಎಂದು ಬರೆದಿದ್ದಾನೆ. ಮತ್ತು ಖರ್ಚಿನ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ತಾನು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಹಣವನ್ನು ವಿವರದೊಂದಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬರೆದು ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು ಹಾಗು ಶಿಲ್ಕು ಹಣವನ್ನು ತೋರಿಸಿದ್ದಾನೆ.

ಶಂಕರನ ೩ನೆಯ ದಿನದ ಡಾಯರಿ

ಶಂಕರನು ವ್ಯವಹಾರ ಮಾಡಲಿಕ್ಕೂ ಡಾಯರಿ ಬರೆಯಲಿಕ್ಕೂ ಜಾಣನಾದದ್ದನ್ನು ಕಂಡು ಅವನ ತಂದೆಯು ಸಂತೆಯನ್ನು ಮಾಡಲಿಕ್ಕೆ ಅವನನ್ನೇ ಕಳಿಸಹತ್ತಿದನು. ತಾರೀಖು : ೧೭—೧—೫೨ನೆಯ ದಿವಸ ಶಂಕರನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಡಾಯರಿ ಬರೆದಿಟ್ಟನು.

ವ್ಯವಹಾರ:— ಸಂತೆಯ ಖರ್ಚಿಗೆಂದು ತಂದೆಯು ೧೦ ರೂ. ಕೊಟ್ಟನು. ಅಣ್ಣನಕಡೆಯಿಂದ ೫ ರೂ. ಇಸಕೊಂಡನು. ೧ ರೂ. ೨ ಆಣೆಗೆ ೧ ಸೇರಿನಂತೆ ೩ ಸೇರು ಬೇಳೆ ಕೊಂಡನು. ೧೫ ಆಣೆಗೆ ೧ ಸೇರಿನಂತೆ ೪ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡನು. ೮ ಆಣೆಗೆ ೧ ಸೇರಿನಂತೆ ೪ ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆ, ೧ ರೂಪಾಯಿ ಫಳಾರ, ೧೦ ಆಣೆ ಕಾಯಿಪಲ್ಲೆ, ೨ ರೂ. ೮ ಆಣೆ ಸಬಕಾರ ತಂದನು. ೪ ಆಣೆ ಆಳಿನ ಕೂಲಿ ಕೊಟ್ಟನು.

ಶ್ರೀ.

ಶಂಕರ ಕುಲಕರ್ಣಿ ಡಾಯರಿ

ತಾರೀಖು : ೧೭—೧—೧೯೫೨

ಜಮಾ ರೂ.		ಖರ್ಚು ರೂ.	
೦–೧೦–೦	ನಿನ್ನಿನ ಶಿಲ್ಕು	೩– ೬–೦	೧ ರೂ. ೨ ಆಣೆಗೆ ೧ ಸೇರಿನಂತೆ ೩ ಸೇರು ಬೇಳೆ ಕೊಂಡದ್ದು.
೧೦– ೦–೦	ತಂದೆಯಿಂದ ಬಂದದ್ದು	೩–೧೨–೦	೧೫ ಆಣೆಗೆ ಸೇರಿನಂತೆ ೪ ಸೇರು ಬೆಣ್ಣೆ ಕೊಂಡದ್ದು.
೫– ೦–೦	ಅಣ್ಣನು ಕೊಟ್ಟದ್ದು.	೨– ೦–೦	೮ ಆಣೆಗೆ ೧ ಸೇರಿನಂತೆ ೪ ಸೇರು ಸಕ್ಕರೆ ಕೊಂಡದ್ದು.
	೧೫ ರೂ. ಇವತ್ತಿನ ಜಮೆ.	೧– ೦–೦	ಫಳಾರ ಕೊಂಡದ್ದು.
೧೫–೧೦–೦	ಅಂತು ಜಮೆ.	೦–೧೦–೦	ಕಾಯಿಪಲ್ಲೆಗೆ ಕೊಟ್ಟದ್ದು.
		೨– ೮–೦	ಸಬಕಾರಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟದ್ದು.
		೦– ೪–೦	ಆಳಿನ ಕೂಲಿ ಕೊಟ್ಟದ್ದು.
			೧೩-೮-೦ ಇವತ್ತಿನ ಖರ್ಚು
		೨– ೨–೦	ರೋಖ ಶಿಲ್ಕು
		೧೫–೧೦–೦	ಅಂತು ಖರ್ಚು

ಶಂಕರನ ಇಂದಿನ ಡಾಯರಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವ್ಯವಹಾರದ ವಿವರದ ಕೆಳಗೆ ಜೋಡು ಗೆರೆ ಹಾಕಿರುವನಲ್ಲವೇ ? ಯಾಕೆ ಹಾಕಿರಬಹುದು ? ಒಂದರ ವಿವರ ಮತ್ತೊಂದರಲ್ಲಿ ಕೂಡಬಾರದೆಂದು ಹೀಗೆ ಗೆರೆ ಹಾಕುವದು ಒಳ್ಳೆಯದು. ಮತ್ತು ಇವತ್ತಿನ ಜಮೆ, ಇವತ್ತಿನ ಖರ್ಚು ಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ ವಿವರಣೆ ಮನೆಗಳಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಹಾಗೂ ಇಂದಿನ ಜಮೆ, ಹಿಂದಿನ ಶಿಲ್ಕು ಕೂಡಿಸಿ ಅಂತು ಜಮೆ ಮಾಡಿದ್ದಾನೆ. ಕೊನೆಗೆ ಉಳಿದ ಶಿಲ್ಕಿಗೆ ರೋಖ ಶಿಲ್ಕು ಎಂದಿದ್ದಾನೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಕೆಲವರು ಮುಂದಿನ ಶಿಲ್ಕು ಅಥವಾ ಕೊನೆಯ ಶಿಲ್ಕು ಅಥವಾ ನಾಳಿನ ಶಿಲ್ಕು ಎಂದು ಬರೆಯುವರು.

ಒಟ್ಟಿನಮೇಲೆ : (೧) ಯಾವುದನ್ನಾದರೂ ಮಾರುವದು ಇಲ್ಲವೆ ಕೊಳ್ಳುವದು ಅಥವಾ ಯಾರಿಗಾದರೂ ಹಣ ಕೊಡುವದು ಇಲ್ಲವೆ ಯಾರಿಂದಾ ದರೂ ಹಣ ಬರುವದು ವ್ಯವಹಾರವೆನಿಸುವದು.

(೨) ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಜಮೆಯ ವ್ಯವಹಾರ, ಖರ್ಚಿನ ವ್ಯವಹಾರ ಎಂದು ೨ ತರಗಳುಂಟು.

(೩) ತನಗೆ ಯಾವದೇ ರೀತಿಯಿಂದ ಹಣ ಬಂದರೆ ಜಮೆ ಅನ್ನುವರು, ಅದೇ ತನ್ನಿಂದ ಹಣ ಹೋದರೆ ಖರ್ಚು ಅನ್ನುವರು.

(೪) ತನಗೆ ಬಂದ ಅಥವಾ ಹೋದ ಹಣದ ಬಗ್ಗೆ ಕಾರಣ ಸಹಿತ ಬರೆದಿಡುವದಕ್ಕೆ ಡಾಯರಿ ಅಥವಾ ಕಿರ್ದಿ ಅನ್ನುವರು.

(೫) ಡಾಯರಿ ಅಥವಾ ಕಿರ್ದಿ ಪಾನಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗಿ ಎರಡು ಭಾಗ ಮಾಡಿ ಎಡಗಡೆಯ ಅರ್ಧ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಜಮೆಯ ಹಣ ಮತ್ತು ಕಾರಣ ಬರೆ ಯುವರು. ಬಲಗಡೆಯ ಅರ್ಧದಲ್ಲಿ ಖರ್ಚಾದ ಹಣ ಮತ್ತು ಅದರ ಕಾರಣ ಬರೆಯುವರು.

(೬) ಒಟ್ಟು ಜಮೆಯ ರಕಮಿನಲ್ಲಿ ಹಿಂದಿನ ಶಿಲ್ಕು ಕೂಡಿಸಿ ಆದ ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಖರ್ಚಿನ ಒಟ್ಟು ಹಣ ಕಳೆದರೆ ಮುಂದಿನ ಶಿಲ್ಕು ಉಳಿಯುವದು. ಅದನ್ನು ಖರ್ಚಿನ ಕಡೆಗೆ ಬರೆದು ಆ ರಕಮಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸುವರು. ಇದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಜಮೆ, ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು ಸರಿಯಾಗುವವು.

(೭) ಹೀಗೆ ದಿನಂಪ್ರತಿ ಲೆಕ್ಕ ಬರೆದಿಟ್ಟ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಜಮಾಖರ್ಚು ಅನ್ನುವರು.

ಅಭ್ಯಸನಗಳು

(೧) ನಿಮ್ಮ ತಂದೆಯು ನಿಮ್ಮ ಕೈಯಲ್ಲಿ ೫ ರೂ. ಕೊಟ್ಟಿದ್ದನು. ನೀವು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಾಮಾನು ತಂದಿರಿ. ಅದರ ಡಾಯರಿ ಬರೆದು ತೋರಿಸಿರಿ. ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ತಂದೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ತಿರುಗಿ ತಂದು ಕೊಡುವಿರಿ?

೭ ಆಣೆ ೬ ಪೈ ಕಾಯಿಪಲ್ಲೆ, ೫ ಆಣೆ ಟೆಂಗಿನಕಾಯಿ, ೧೨ ಆಣೆ ಫಳಾರ, ೧೦ ಆ. ಹಣ್ಣು, ೬ ಆ. ಎಲೆ, ೨ ರೂಪಾಯಿ ಅವಲಕ್ಕಿ.

(೨) ಮೊದಲಿನ ಶಿಲ್ಕು ೧ ರೂ. ೮ ಆ. ಇದ್ದವು. ತಾಯಿಯು ೫ ರೂ. ಕೊಟ್ಟಳು. ಮನೆಯಲ್ಲಿಯ ಖಾಲಿ ಬಾಟ್ಲಿ ೨ ರೂ. ಗೆ ಮಾರಿದಿರಿ. ಸೋಮಣ್ಣನ ಹತ್ತರ ೪ ರೂ. ಕೈಗಡ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರಿ. ೨ ರೂ. ೪ ಆಣೆ ಗೋದಿ, ೧ ರೂ. ೧೨ ಆ. ಸಕ್ಕರೆ, ೪ ರೂ. ೮ ಆ. ಕಟ್ಟಿಗೆ ತಂದಿರಿ. ೩ ರೂ. ಹಾಲಿನವನಿಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರಿ. ಇವುಗಳ ಡಾಯರಿ ಬರೆದು ಶಿಲ್ಕು ಎಷ್ಟು ಉಳಿಯಿತೆಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೩) ೨ ರೂ. ೧೦ ಆ. ನಿನ್ನಿನ ಶಿಲ್ಕು ಇತ್ತು. ೧೨ ರೂ. ಸ್ಕಾಲರಶಿಪ್ ಹಣ ಬಂದಿತು. ಮಾವನು ೧೦ ರೂ. ಕೊಟ್ಟನು. ೨ ರೂ. ೮ ಆ. ಟೊಪ್ಪಿಗೆ, ೮ ರೂ. ಕೋಟು, ೪ ರೂ. ೮ ಆ. ಚಪ್ಪಲು ಕೊಂಡಿರಿ. ೧೦ ಆ. ಸಿನೇಮಾಕ್ಕೆ ಕೊಟ್ಟಿರಿ. ೪ ಆಣೆ ಚಹ ಕುಡಿದಿರಿ. ಇವುಗಳ ಡಾಯರಿ ಬರೆದು ಶಿಲ್ಕು ಎಷ್ಟು ಉಳಿಯಿತೆಂಬದನ್ನು ಹೇಳಿರಿ.

(೪) ಒಮ್ಮೆ ಶಂಕರನ ಸಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಪತಿಯ ಉತ್ಸವ ಮಾಡಬೇಕಾಯಿತು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಒಬ್ಬೊಬ್ಬ ಹುಡುಗನಿಗೆ ೨ ಆಣೆಯಂತೆ ೭೫ ಹುಡುಗರು ಪಟ್ಟೀ ಹಾಕಿದರು. ಶಿಕ್ಷಕರು ೨ ರೂ. ಕೊಟ್ಟರು. ಆದೆಲ್ಲ ಹಣವನ್ನು ಶಂಕರನ ಕೈಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟು ಬೇಕಾದ ಸಾಮಾನುಗಳನ್ನು ತರಬೇಕೆಂದೂ ಅದರ ಡಾಯರಿ ಬರೆದು ತೋರಿಸಬೇಕೆಂದೂ ಗುರುಗಳು ಹೇಳಿದರು. ಶಂಕರನು ಒಪ್ಪಿ ಮಂಟಪ ಶೃಂಗಾರಕ್ಕಾಗಿ ೨ ರೂ. ೪ ಆಣೆಗಳ ಕಾಗದ, ೮ ಆಣೆಗಳ ಹುರಿ, ೪ ಆಣೆಗಳ ಅಂಟು ತಂದನು. ಗಣಪತಿಗೆ ೨ ರೂ. ಕೊಟ್ಟನು. ೨ ರೂ. ಪೂಜಾ ಸಾಮಾನು, ೧ ರೂ. ೮ ಆ. ಪಟಾಕ್ಷಿ, ೧ ರೂ. ೪ ಆ. ತೂರಮರಿಗಳನ್ನು ತಂದನು. ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಗುರುಗಳಿಗೆ ಡಾಯರಿ ಬರೆದು ತೋರಿಸಿದನು.

ಶ್ರೀ

ಶಂಕರ ಕುಲಕರ್ಣಿ ಡಾಯರಿ

ತಾರೀಖು : ೨೦-೧-೧೯೫೨

ಜಮಾ ರೂ.		ಖರ್ಚು ರೂ.	
೯-೬-೦	ಹುಡುಗರಿಂದ ಬಂದದ್ದು	೨- ೪-೦	ಮಂಟಪ ಶೃಂಗಾರಕ್ಕೆ ಕಾಗದ ತಂದದ್ದು.
೨-೦-೦	ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ಬಂದದ್ದು.	೦- ೮-೦	ಹುರಿಗೆ ಕೊಟ್ಟದ್ದು
೧೧-೬-೦	ಅಂತು ಜಮೆ	೦- ೪-೦	ಅಂಟು ತಂದದ್ದು
೧೧-೬-೦	ಅಂತು ಜಮೆ.	೨- ೦-೦	ಗಣಪತಿಗೆ ಕೊಟ್ಟದ್ದು
		೨- ೦-೦	ಪೂಜಾಸಾಮಾನುಗಳನ್ನು ತಂದದ್ದು
		೧- ೮-೦	ಪಟಾಕ್ಷಿ ತಂದದ್ದು
		೧- ೪-೦	ತೂರಮರಿ ತಂದದ್ದು
		೯-೧೨-೦	ಇವತ್ತಿನ ಖರ್ಚು
		೧-೧೦-೦	ರೋಖ ಶಿಲ್ಕು
		೧೧- ೬-೦	ಅಂತು ಖರ್ಚು

ಇದೇ ಮೇರೆಗೆ ಶಾಲೆಯ ಸ್ನೇಹಸಮ್ಮೇಲನ, ಪಾಲಕರ ದಿನ, ಮಕ್ಕಳ ಪ್ರವಾಸ ಮೊದಲಾದವುಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಜಮಾ ಖರ್ಚನ್ನೂ ಅವನು ಬರೆದು ತೋರಿಸಿದನು. ಇದನ್ನು ಕಂಡು ಗುರುಗಳು ಅವನನ್ನು ಶಾಲೆಯ ಸಹಕಾರಿ ಅಂಗಡಿಯ ಸೆಕ್ರೆಟರಿಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರು. ಅವನು ಬರೆದ ಸಹಕಾರೀ ಅಂಗಡಿಯ ಒಂದು ದಿವಸದ ಜಮಾ ಖರ್ಚು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿದೆ.

ವ್ಯವಹಾರ:— ೧ ರೂ. ೮ ಆಣೆಗೆ ಒಂದು ಡಝನಿನಂತೆ ೩ ಡಝನ್ ಪೆನ್ಸಿಲ ಕೊಂಡಿತು. ೬ ಆಣೆಗೆ ಒಂದು ದಸ್ತಿನಂತೆ ೧೦ ದಸ್ತು ಕಾಗದ ಕೊಂಡಿತು. ೮ ಆಣೆಗೆ ಒಂದರಂತೆ ೨ ಪಾಟಿ ಮಾರಿತು. ಒಂದು ಆಣೆಗೆ ೩ ರಂತೆ ೧೫ ಮಸಿ ಚೀಟು ಮಾರಿತು. ೪ನೆಯ ವರ್ಗದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಈರನಿಂದ ೪ ಆಣೆ ಮೆಂಬರ ವರ್ಗಣಿ ಬಂದಿತು. ಶಿವರಾಯ ಸಾಲೆ ಬಿಟ್ಟದ್ದರಿಂದ ಅವನ ವರ್ಗಣಿ ಹಣ ೮ ಆಣೆ ಪರತ ಕೊಟ್ಟಿತು. ಮೊದಲು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ೧೦ ರೂ. ಶಿಲ್ಕು ಇದ್ದವು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಕಾರಿ ಅಂಗಡಿ ಕಿರ್ದಿ

ತಾರೀಖು:— ೨೫—೧—೧೯೫೨

ರೂ.	ಜಮಾ	ರೂ.	ಖರ್ಚು
೧೦-೦-೦	ನಿನ್ನಿನ ಶಿಲ್ಕು	೪-೮-೦	ಒಂದು ಡಝನ್ನಿಗೆ ೧ರೂ. ೮ ಆ. ಯಂತೆ ೩ ಡಝನ ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಕೊಂಡದ್ದು
೧-೦-೦	ಪಾಟೀ ಮಾರಿ ಬಂದದ್ದು	೩-೧೨-೦	೧ ದಸ್ತಿಗೆ ೬ ಆಣೆಯಂತೆ ೧೦ ದಸ್ತು ಕಾಗದ ಕೊಂಡದ್ದು
೦-೫-೦	ಮಸಿ ಚೀಟು ೧೫ ಮಾರಿದ್ದು	೦-೮-೦	ಶಿವರಾಯ ಸಾಲೆ ಬಿಟ್ಟದ್ದರಿಂದ ವರ್ಗಣಿ ಪರತ ಕೊಟ್ಟದ್ದು.
೦-೪-೦	೪ನೇ ವರ್ಗದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಈರನಿಂದ ಬಂದದ್ದು	೮-೧೨-೦	ಇವತ್ತಿನ ಖರ್ಚು
೧-೯-೦	ಇವತ್ತಿನ ಜಮೆ	೨-೧೩-೦	ರೋಖ ಶಿಲ್ಕು
೧೧-೯-೦	ಅಂತು ಜಮೆ	೧೧-೯-೦	ಅಂತು ಖರ್ಚು

ಶಂಕರನು ತನ್ನ ಮಾವನ ಅಂಗಡಿಗೆ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದನು. ಅಲ್ಲಿ ಮಾವನು ಗಿರಾಕಿಗಳಿಗೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತಿದ್ದ ಬೆಲೆ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದ. ಒಂದು ದಿನ ಒಂದು ಗಿರಾಕಿಗೆ ಬೆಲೆಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಶಂಕರನೇ ಬರೆದು ಕೊಟ್ಟನು. ಆತನು ಬರೆದ ಬೆಲೆ ಪಟ್ಟಿಯು ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ.

ಬಾಬು ಬಸವಂತಪ್ಪ ಪಾಟೀಲ ಕಿರಾಣಿ ವ್ಯಾಪಾರಿ, ಧಾರವಾಡ

ರಾ| ರಾ| ರಾಮರಾವ ದೇಸಾಯಿ ಮಾಳಮರಡಿ, ಧಾರವಾಡ ಇವರಿಗೆ

ಮಾಲು ಕೊಟ್ಟ ವಿವರ— ತಾ:— ೧೬—೬—೫೨

ಅ. ನಂ	ಮಾಲಿನ ಹೆಸರು	ತೂಕ, ಅಳತೆ, ಇಲ್ಲವೆ ಸಂಖ್ಯೆ	ದರ	ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ	ಶರಾ
೧	ಕೊಲ್ಲಾಪುರ ಬೆಲ್ಲ	೧||| ಮಣ	ಮಣಕ್ಕೆ ೭ ರೂ.	೧೨- ೪-೦	
೨	ಪುಠಾಣಿ	೨ ಸೇರು	೧ ಸೇರಿಗೆ ೧-೪-೦	೨- ೮-೦	
೩	ಕುಸಿಬಿ ಎಣ್ಣಿ	೭ ಸೇರು	೧ ಸೇರಿಗೆ ೦-೬-೦	೨-೧೦-೦	
೪	ಮಸಾಲೆ	೨ ಸೇರು	೧ ಸೇರಿಗೆ ೦-೧೨-೦	೧- ೮-೦	
೫	ಅವಲಕ್ಕಿ	೧ ಧಡೆ	೧ ಧಡೆಗೆ ೩-೮-೦	೩- ೮-೦	
೬	ಎಲೆಕಟ್ಟು	೧ ಕಟ್ಟು (೧೦೦ ಎಲೆ)	೧ ಕಟ್ಟಿಗೆ ೨-೪-೦	೨- ೪-೦	
				೨೪-೧೦-೦	

ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ತಪ್ಪಿದ್ದರೆ ಕೊಡಬೇಕು ಹಾಗು ತಕ್ಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಸಹಿ.................................

ಅಂಗಡಿ ಮಾಲಕ

ಶಂಕರನು ಬರೆದ ಮೇಲಿನ ಬೆಲಿಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಅದನ್ನು ತಯಾರಿಸುವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಲಕ್ಷ್ಯದಲ್ಲಿಡಿರಿ.

(೧) ಅಂಗಡಿಯ ಮಾಲಕನ ಹೆಸರು ಮತ್ತು ಅಂಗಡಿ ಹೆಸರು ಬರೆಯಬೇಕು.

(೨) ಮಾಲು ಕೊಂಡ ಗಿರಾಕಿಯ ಹೆಸರು ಬರೆಯಬೇಕು.

(೩) ತಾರೀಖು, ತಿಂಗಳು ಇಸ್ವಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

(೪) ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಆರು ಮನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಮೊದಲನೆಯದರಲ್ಲಿ ನಂಬರು, ೨ನೆಯದರಲ್ಲಿ ಮಾಲಿನ ಹೆಸರು, ೩ನೆಯದರಲ್ಲಿ ತೂಕ, ಅಳತೆ ಇಲ್ಲವೆ ಸಂಖ್ಯೆ, ೪ನೆಯದರಲ್ಲಿ ದರ, ೫ನೆಯದರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ, ೬ನೆಯದ ರಲ್ಲಿ ಶರಾ ಬರೆಯಬೇಕು. ಆ ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟ ಮಾಲನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅದರ ವಿವರದೊಂದಿಗೆ ಆಯಾ ಕೋಷ್ಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು. ಮತ್ತು ಕೊಟ್ಟ ಮಾಲಿನ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬೇರೀಜು ಮಾಡಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

ಉತ್ತರಗಳು

ಪು. ೧

(೧) ನಾಲ್ವತ್ತೈದು ಸಾವಿರದಾ ಆರುನೂರಾ ಎಪ್ಪತ್ತೆಂಟು; ಮೂವತ್ತು ಸಾವಿರದಾ ಎರಡುನೂರಾ ಅರುವತ್ತೆಂಟು; ಅರುವತ್ತೇಳು ಸಾವಿರದಾ ಇಪ್ಪತ್ತು ಮೂರು; ಇಪ್ಪತ್ತು ಸಾವಿರದಾ ಎಂಬತ್ತಾರು; ಮೂವತ್ತೆರಡು ಸಾವಿರದಾ ಆರು ನೂರಾ ಐದು. (೨) (ಅ) ೪೬೫೩೭ (ಆ) ೬೮೦೫೭ (ಇ) ೩೦೦೦೪ (ಈ) ೭೨೦೦೮ (ಉ) ೨೮೫೦೬.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧) ಪು. ೪

(೧) ನಾಲ್ಕುಲಕ್ಷ ಮೂವತ್ತೈದು ಸಾವಿರದಾ ಆರುನೂರಾ ಇಪ್ಪತ್ತೆಂಟು. (೨) ಎಂಟುಲಕ್ಷ ಐವತ್ತುಸಾವಿರದಾ ಮೂರುನೂರಾ ನಾಲ್ವತ್ತೈದು. (೩) ಒಂಬತ್ತುಲಕ್ಷ ಎಂಟುಸಾವಿರದಾ ಏಳುನೂರಾ ನಾಲ್ವತ್ತಾರು. (೪) ಎರಡು ಲಕ್ಷ ಮೂರುನೂರಾ ಎಂಬತ್ತುನಾಲ್ಕು (೫) ೮೨೪೬೧೮ (೬) ೫೧೬೦೪೮ (೭) ೪೫೬೮೦೪. (೮) ೭೪೮೦೦೬. (೯) ೯೯೯೯, ೯೯೯೯೯, ೯೯೯೯೯೯. (೧೦) ೧೦೦೦೦, ೧೦೦೦೦೦. (೧೧) ೧೦೦ ಸಾವಿರ, ೧೦೦೦ ನೂರುಗಳು. ೪೦೦೦ ನೂರುಗಳು. (೧೨) ೭೦೦೦೦, ೬೦೦೦೦, ೮೦೦೦೦೦.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨) ಪು. ೭-೮

(೧) ಏಳುಕೋಟಿ ಇಪ್ಪತ್ತುಮೂರುಲಕ್ಷ ನಾಲ್ವತ್ತೆಂಟು ಸಾವಿರದಾ ಆರು ನೂರಾ ಐವತ್ತುನಾಲ್ಕು. (೨) ಆರುಕೋಟಿ ನಾಲ್ವತ್ತೆರಡುಲಕ್ಷ ಆರುಸಾವಿರದಾ ಎಪ್ಪತ್ತೆಂಟು. (೩) ಐದುಕೋಟಿ ಆರುಲಕ್ಷ ಏಳುಸಾವಿರದಾ ಎಂಬತ್ತು. (೪) ನಾಲ್ಕುಕೋಟಿ ಇಪ್ಪತ್ತೆಂಟುಸಾವಿರದಾ ಮೂರುನೂರಾ ಒಂಬತ್ತು. (೫) ೬೭೨೩೬೪೦೫. (೬) ೩೦೦೮೩೮೨೮. (೭) ೨೦೩೦೪೫೦೬. (೮) ೯೮೮೦೦೬೨೪. (೯) ೩೦೦೦೦೦; ೪೫೦೦೦; ೬೩೦೦೦೦೦೦. (೧೦) ೬೦೦೦೦೦೦; ೧೨೦೦೦೦೦೦; ೨೫೦೦೦೦೦. (೧೧) ೫೦೦೦೦; ೭೫೦ ದ. ಸಾ. (೧೨) ೨೫೦ ಲಕ್ಷ; ಕಾಲು ಕೋಟಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩) ಪು. ೮-೯

(೧) ೯೮೦೬೮೩೭೮. (೨) ೭೬೧೯೧೨೩೩. (೩) ೩೮೮೭೮೮೦೯. (೪) ೧೧೧೭೪೦೮೧. (೫) ೨೨೨೧೧೩೦೮೮. (೬) ೩೩೦೯೨೮೩೦೨೬. (೭) ೨೧೬೯೫೬೭; ೪೮ ಶೇಷ. (೮) ೩೪೯೧೭; ೧೩೪ ಶೇಷ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪) ಪು. ೧೧

*(೬) ೨೬೩ ರೂ. ೧೦ ಆ. ೮ ಪೈ. (೭) ೫೮ ಮ. ೧ ಧ. ೪ ಸೇರು. (೮) ೫೬ ರೂ. ೧೦ ಆ. ೩ ಪೈ. (೯) ೨೪ ತಾ. ೨ ಮಿ. ೪೦ ಸೇ. (೧೦) ೨೨ ಪೌಂ. ೫ ಶಿ. ೦ ಪೇ. (೧೧) ೬೨ ತಾ. ೧೦ ಮಿ. ೩೦ ಸೇ. (೧೨) ೮೮ ಟ. ೧೦ ಹ. ೧ ಕ್ವಾ. ೧೬ ಪೌಂ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫) ಪು. ೧೨

(೫) ೫ ಮ. ೧ ಧ. ೪ ಸೇ. (೬) ೮ ವೈ. ೨ ಫ. ೧೨ ಯಾರ್ಡು. (೭) ೧ ಮ. ೧ ಧ. ೪ ಸೇ. (೮) ೧ ರೂ. ೧೨ ಆ. ೪ ಪೈ. (೯) ೮ ರೂ. ೩ ಆ. ೬ ಪೈ. (೧೦) ೧ ರೂ. ೪ ಆ. ೯ ಪೈ.

ಮಿಶ್ರ ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೬) ಪು. ೧೨-೧೩

(೧) ೭೮ ರೂ. ೧೫ ಆ. ೮ ಪೈ. (೨) ೯೯ ರೂ. ೦ ಆ. ೦ ಪೈ. (೩) ೩೬ ರೂ. ೦ ಆ. ೪ ಪೈ. (೪) ೧೬ ರೂ. ೧೩ ಆ. ೬ ಪೈ. (೫) ೧೩೦ ತೊ. ೪ ಮಾ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೭) ಪು. ೧೪

(೬) ೩೬; ೧೮; ೧೬; ೧೨; (೭) ೭; ೨೬; ೧೫; ೮. (೮) ೩೮ ಹುಡುಗರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೮) ಪು. ೧೫

(೧) ೧, ೨, ೩, ೫, ೭, ೧೧, ೧೩, ೧೭, ೧೯. (೨) ೨೦, ೨೧, ೨೨, ೨೪, ೨೫, ೨೬, ೨೭, ೨೮, ೩೦, ೩೨, ೩೩, ೩೪, ೩೫, ೩೬, ೩೮, ೩೯, ೪೦. (೩) ೩, ೯, ೧೫, ೨೧, ೨೭. (೪) ೮೩, ೮೯, ೯೭.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೯) ಪು. ೧೬

(೧) ೩ × ೨ × ೨; ೨ × ೨ × ೨ × ೨; ೩ × ೩ × ೨. (೨) ೨ × ೨ × ೫; ೩ × ೨ × ೨ × ೨; ೩ × ೩ × ೩. (೩) ೫ × ೩ × ೨; ೫ × ೭; ೨ × ೨ × ೩ × ೩. (೪) ೫ × ೨ × ೨ × ೨; ೫ × ೩ × ೩; ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೩. (೫) ೫ × ೫ × ೨; ೭ × ೨ × ೨ × ೨; ೩ × ೫ × ೨ × ೨. (೬) ೩೭ × ೨; ೩ × ೩ × ೨ × ೨ × ೨; ೫ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨. (೭) ೭ × ೩ × ೨ × ೨; ೩ × ೩ × ೫ × ೨; ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೩. (೮) ೫ × ೫ × ೨ × ೨; ೭ × ೫ × ೩; ೩ × ೩ × ೩ × ೨ × ೨. (೯) ೭ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨; ೫ × ೩ × ೨ × ೨ × ೨; ೫ × ೫ × ೫. (೧೦) ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨; ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೩ × ೩; ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೫.

---

*ಟೀಪು:— ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿಯ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೦) ಪುಟ ೧೯–೨೦

(೧) ೧೬; ೩೨; ೨೭; ೧೫. (೧) ೨೪, ೪೨; ೨೪, ೫೬, ೬೪, ೧೨೪; ೨೪. (೩) ೫. (೪) ೨. (೫) ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ೯ ರಿಂದ ಮತ್ತು ೪ ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ೯ ಮತ್ತು ೪ ಈ ಅಂಕಿಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅವಯುವಗಳಾದವು. ಆದ್ದರಿಂದ ೩೬ (೯ × ೪) ರಿಂದ ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. (೬) ಭಾಗ ಹೋಗುತ್ತದೆ. (೭) ೫ × ೩ × ೨ × ೨ × ೨; ೭ × ೩ × ೨ × ೨ × ೨; ೩ × ೩ × ೩ × ೨ × ೨ × ೨. (೮) ೭ × ೩ × ೨ × ೨; ೭ × ೫ × ೩; ೫ × ೩ × ೩ × ೩. (೯) ೩ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨; ೫ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨; ೭ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨; (೧೦) ೭ × ೩ × ೩ × ೨ × ೨; ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨; ೩×೩×೩×೩×೨×೨. (೧೧) ೫ × ೫ × ೩ × ೩; ೭ × ೭ × ೨ × ೨; ೩ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨. (೧೨) ೫ × ೩ × ೩ × ೨ × ೨; ೩ × ೭ × ೨ × ೫; ೫ × ೩ × ೨ × ೨ × ೨ × ೨.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೧) ಪು. ೨೦

(೪) ೨, ೩, ೪, ೬, ೮, ೧೨, ೧೬, ೩೨, ೪೮; ೨, ೩, ೪, ೬, ೯, ೧೨, ೧೮, ೨೭, ೩೬, ೫೪; ೨, ೩, ೪, ೫, ೬, ೮, ೧೦, ೧೨, ೧೫, ೨೦, ೨೪, ೩೦, ೪೦, ೬೦. (೫) ೩, ೫, ೯, ೧೫, ೨೭, ೪೫; ೨, ೩, ೪, ೬, ೮, ೯, ೧೨; ೧೬, ೧೮, ೨೪, ೩೬, ೪೮, ೭೨; ೨, ೪, ೭, ೮, ೧೪, ೧೬, ೨೮, ೫೬.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೨) ಪು. ೨೨

(೬) ೨, ೩, ೪, ೬, ೧೨. (೭) ೨, ೩, ೬, ೧೨. (೮) ೨, ೩, ೪, ೬, ೯, ೧೨, ೩೬. (೯) ೩, ೫, ೧೫. (೧೦) ೨, ೩, ೬, ೧೨. (೧೧) ೫, ೨೫. (೧೨) ೨, ೩, ೪, ೬, ೮, ೧೨, ೨೪.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೩) ಪು. ೨೪

(೧) ೬. (೨) ೮. (೩) ೩. (೪) ೭. (೫) ೧೫. (೬) ೧೨. (೭) ೧೨. (೮) ೩೬. (೯) ೧೫. (೧೦) ೧೨. (೧೧) ೨೫. (೧೨) ೨೪. (೨) ೩೫ ಹುಡುಗರು. (೩) ೧೧ ಸೇ. (೪) ೧೨ ಪೂ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೪) ಪು. ೨೫

(೧) ೪, ೮, ೧೨, ೧೬, ೨೦, ೨೪, ೨೮, ೩೨, ೩೬, ೪೦. (೨) ೫, ೧೦, ೧೫, ೨೦, ೨೫, ೩೦, ೩೫, ೪೦. (೩) ೬, ೧೨, ೧೮; ೭, ೧೪, ೨೧; ೮, ೧೬, ೨೪; ೯, ೧೮, ೨೭. (೪) ೧೨, ೨೪, ೩೬, ೪೮.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೫) ಪು. ೨೮

(೧) ೩೬. (೨) ೬೦. (೩) ೧೨೬. (೪) ೨೧೬. (೫) ೧೨೦. (೬) ೧೭೫. (೭) ೩೬೦. (೮) ೧೦೮. (೯) ೧೬೦. (೧೦) ೧೬೮. (೧೧) ೧೪೪೦. (೧೨) ೨೮೮. (೧೩) ೯೪೫. (೧೪) ೧೦೫೦. (೧೫) ೫೧೪೮. (೧೬) ೧೮೫೨೫. (೧೭) ೩೧೫. (೧೮) ೬೦೦೬. (೧೯) ೭೨ ಕೊಡ. (೨೦) ೬೦ ಮೈಲುಗಳು. (೨೧) ೬ ಆಣೆ. (೨೨) ೩೬೭ ಹಣ್ಣುಗಳು. (೨೩) ೨೯೬ ಹೂಗಳು. (೨೪) ೧೮೫.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೬) ಪು. ೩೨–೩೩

(೧೧) $\frac{೫}{೧೩}$ ಭಾಗ. (೧೨) ಏಳು ಹನ್ನೊಂದನೆಯ.ಅಂಶ; ಆರು ಹದಿನೈದನೆಯಂಶ; ಮೂರು ಇಪ್ಪತ್ತನೆಯಂಶ; ಐದು ಒಂಬತ್ತನೆಯಂಶ. (೧೩) $\frac{೩}{೮}$ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿಯ ಸರಿಯಾದ ೮ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿಯ ೩ ಭಾಗಗಳು; $\frac{೫}{೧೩}$ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿಯ ೧೩ ಸರಿಯಾದ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿಯ ೫ ಭಾಗಗಳು. $\frac{೧೧}{೧೮}$ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನಲ್ಲಿಯ ಸರಿಯಾದ ೧೮ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿಯ ೧೧ ಭಾಗಗಳು; $\frac{೭}{೯}$, ೯ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿಯ ೭ ಭಾಗಗಳು. (೧೪) ೮ ಆ.; ೪ ಆ.; ೨ ಆಣೆ ಮತ್ತು ೫ ಆಣೆಗಳು. (ಅ) ೧೯ ಮಿನಿಟುಗಳು. (ಬ) ೭ ಫರ್ಲಾಂಗುಗಳು. (ಕ) ೧೨ ದಿವಸಗಳು. (ಡ) ೧೫ ಹಾಳೆಗಳು. (ಇ) ೧೫ ಇಂಚುಗಳು. (ಫ) ೩ ದಿವಸಗಳು. (ಗ) ೭ ಶಿಲಿಂಗುಗಳು. (ಹ) ೧೧ ಮಾಸಿಗಳು. (೧೫) ೧ ರೂ. ಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಭಾಗಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ತಕ್ಕೊಂಡದ್ದರಿಂದ ಇವೆಲ್ಲವುಗಳು ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಸರಿ ಇವೆ. ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ ೧ ರೂ. (೧೬) $\frac{೩}{೭}$, $\frac{೫}{೭}$, $\frac{೬}{೭}$, $\frac{೮}{೭}$; $\frac{೨}{೩}$, $\frac{೧}{೩}$, $\frac{೫}{೩}$, $\frac{೩}{೪}$, $\frac{೧}{೪}$. (೧೭) $\frac{೩}{೬}$ ಹೊ. ಜೋಳ; $\frac{೧}{೬}$ ಹೊ. ಸಜ್ಜೆ; $\frac{೨}{೬}$ ಹೊ. ಕಡಲೆ. (೧೮) $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೫}{೮}$; $\frac{೪}{೬}$; $\frac{೫}{೯}$; $\frac{೨}{೫}$; $\frac{೫}{೮}$; $\frac{೪}{೬}$; $\frac{೬}{೮}$. (೧೯) $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೩}{೮}$; $\frac{೨}{೬}$; $\frac{೪}{೯}$; $\frac{೩}{೫}$; $\frac{೩}{೮}$; $\frac{೨}{೬}$; $\frac{೨}{೮}$.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೭) ಪು. ೩೬–೩೬

(೬) $\frac{೯}{೧೬}$ ಹ. (೭) $\frac{೧೫}{೩೦}$ ತಾ. (೮) $\frac{೧೦}{೧೬}$ ರೂ. (೯) $\frac{೧೮}{೩೫}$ ಭಾ. (೧೦) $\frac{೧೩}{೧೬}$ ಭಾ. (೧೧) $\frac{೪೨}{೪೮}$ ಮ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೧೮) ಪು. ೪೦–೪೧

(೧೧) $\frac{೪}{೧೬}$ ರೂ. (೧೨) $\frac{೬}{೩೦}$ ಭಾ. (೧೩) $\frac{೩}{೧೬}$ ಪೌಂ. (೧೪) $\frac{೭}{೧೩}$ ಫೂ. ಉದ್ದ; $\frac{೭}{೧೩}$ ಫೂ. ಅಗಲ. (೧೫) $\frac{೪}{೧೬}$ ರೂ. (೧೬) $\frac{೩}{೧೩}$ ವಾರ. (೧೭) $\frac{೩}{೧೬}$ ರೂ. (೧೮) $\frac{೩}{೮}$ ಭಾ. (೧೯) $\frac{೨}{೬}$ ಭಾ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೦) ಪು. ೪೪

(೧೧) ೩$\frac{೮}{೧೬}$ ರೂ. (೧೨) ೮$\frac{೬}{೭}$ ಪೈ. (೧೩) ಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳು. ೬, ೭, ೧೨; ಅಪೂರ್ಣಾಂಕಿಗಳು $\frac{೫}{೭}$, $\frac{೧}{೨}$, $\frac{೧೦}{೧೩}$. (೧೪) $\frac{೨}{೧}$; $\frac{೪}{೧}$; $\frac{೬}{೧}$; $\frac{೭}{೧}$; $\frac{೯}{೧}$.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೧) ಪು. ೪೭-೪೮

(೧೧) ೩$\frac{೨}{೮}$; ೨$\frac{೨}{೯}$; ೨$\frac{೪}{೧೧}$. (೧೨) ೨$\frac{೨}{೪}$; ೬$\frac{೪}{೫}$; ೮$\frac{೪}{೮}$; ೨$\frac{೧}{೪}$. (೧೩) ೭$\frac{೧೧}{೧೬}$ ರೂ., ೧೧$\frac{೨}{೧೨}$ ತೊ. ೭$\frac{೮}{೨೦}$ ಪೌಂ. ೩$\frac{೩}{೧೬}$ ಯಾ. (೧೪) $\frac{೨೦೫}{೧೬}$ ರೂ. $\frac{೧೧೯}{೧೨}$ ಫೂ. $\frac{೧೬೧}{೧೨}$ ವರ್ಷ; $\frac{೧೯೪}{೨}$ ದಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೩) ಪು. ೫೪

(೧೩) $\frac{೨೧}{೩೦} = \frac{೩೫}{೫೦}$. (೧೪) $\frac{೨೭}{೧೫} = \frac{೪೫}{೨೫}$. (೧೫) $\frac{೬}{೨೪}$; $\frac{೨೧}{೨೪}$; $\frac{೧೬}{೨೪}$; $\frac{೧೪}{೨೪}$. (೧೬) ೧$\frac{೨೫}{೧೨೦}$; $\frac{೪೮}{೧೨೦}$; $\frac{೨೧೦}{೧೨೦}$; $\frac{೬೪}{೧೨೦}$.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೪) ಪುಟ ೫೭--೫೮

(೬) $\frac{೨}{೫}$. (೭) $\frac{೨}{೫}$. (೮) $\frac{೧}{೩}$. (೯) $\frac{೨}{೫}$. (೧೦) $\frac{೨}{೩}$. (೧೧) $\frac{೫೬}{೬೪} = \frac{೨೮}{೩೨} = \frac{೧೪}{೧೬}$. (೧೨) $\frac{೬೦}{೧೪೪} = \frac{೧೫}{೩೬} = \frac{೧೦}{೨೪}$. (೧೩) $\frac{೪೨}{೧೪೭} = \frac{೭೦}{೨೪೫} = \frac{೩೦}{೧೦೫}$. (೧೪) $\frac{೯೬}{೧೪೪}$. (೧೫) $\frac{೭}{೫}$; $\frac{೧೫}{೧೬}$.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೫) ಪು. ೬೩

(೬) $\frac{೬}{೧೮}$, $\frac{೨}{೧೮}$, $\frac{೪}{೧೮}$. (೭) $\frac{೨}{೫}$ ಅತಿ ದೊಡ್ಡದು ಮತ್ತು $\frac{೮}{೧೫}$ ಅತಿ ಸಣ್ಣದು. (೮) $\frac{೨}{೪}$; $\frac{೨}{೯}$; $\frac{೪}{೫}$. (೯) $\frac{೧೧}{೨೪}$; $\frac{೭}{೧೮}$; $\frac{೮}{೨೧}$. (೧೦) ರಂಗನ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ಕರೆ ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. (೧೧) ರಾಮನು ತೀವ್ರವಾಗಿ ಓದಬಲ್ಲನು. (೧೨) ಸೋಮನು ಹೆಚ್ಚು ವೇಗವಾಗಿ ಓಡಿಸಬಲ್ಲನು. (೧೩) $\frac{೯}{೧೬}$, $\frac{೧೨}{೧೬}$, $\frac{೨೦}{೨೭}$. (೧೪) $\frac{೧೨}{೧೯}$, $\frac{೧೬}{೨೭}$, $\frac{೮}{೧೫}$. (೧೫) $\frac{೧೨}{೧೫}$ವು ದೊಡ್ಡದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೬) ಪು. ೬೬

(೭) ೧$\frac{೧}{೧೦}$ (೮) ೨$\frac{೫}{೮}$ (೯) ೧$\frac{೧೭}{೧೮}$ (೧೦) ೨$\frac{೪೧}{೯೦}$ (೧೧) ೨$\frac{೨}{೧೪}$ (೧೨) ೧$\frac{೨೫೭}{೪೨೦}$.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೭) ಪು. ೬೮–೬೯

(೧) ೬$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. (೨) ೭$\frac{೫}{೬}$ ರೂ. (೩) ೪$\frac{೨}{೨೦}$ ಪೌಂ. (೪) ೧೦$\frac{೨}{೨೪}$ ಫೂ. (೫) ೧೦$\frac{೫}{೧೨}$ ದಿ. (೬) ೧೨$\frac{೭}{೧೨}$ ಫೂ. (೭) ೨$\frac{೧೭}{೨೪}$ ಮಣ. (೮) ೧೦$\frac{೯}{೩೨}$ ರೂ. (೯) ೧೦$\frac{೫}{೨೪}$. (೧೦) ೮$\frac{೧}{೯}$. (೧೧) ೩$\frac{೨}{೩೨}$ ರೂ. (೧೨) ೪೭$\frac{೧೨}{೩೨}$ ಮ. (೧೩) ೧೧$\frac{೧}{೨}$ ಫೂ. (೧೪) ೨೮$\frac{೨}{೮}$ ಸೇರು. (೧೫) ೧೮$\frac{೨}{೧೬}$ ರೂ. (೧೬) ೨೪೫$\frac{೫}{೨೪}$ ತೊಲಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೨೯) ಪು. ೭೧

(೧) $\frac{೧}{೭}$ ಫೂ. (೨) $\frac{೧}{೭}$ ರೂ. (೩) ೧$\frac{೨}{೫}$ ಪೌಂ. (೪) ೧$\frac{೫}{೮}$. (೫) ೧$\frac{೨೧}{೮೦}$. (೬) $\frac{೧೩}{೫೪}$. (೭) ೧$\frac{೩}{೭}$. (೮) ೮$\frac{೧}{೪}$ ದಿಂದ ಹೆಚ್ಚಿದೆ. (೯) ೮$\frac{೫}{೪}$ ಸೇ. (೧೦) ೮$\frac{೭}{೯}$ ಯಾ. (೧೧) ೮$\frac{೩}{೧೦}$ ವ್ಯೆ. (೧೨) $\frac{೧೧}{೮೪}$ ಮಣ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೦) ಪು. ೭೩–೭೪

(೬) ೧$\frac{೧}{೮}$. (೭) ೫$\frac{೧}{೪}$. (೮) ೩೧$\frac{೪}{೭}$ ರೂ. (೯) ೨$\frac{೧೧}{೧೮}$ ಮಣ. (೧೦) ೪$\frac{೧೩}{೭೪}$ ತೊ. (೧೧) ೯೬$\frac{೭}{೮}$ ರೂ. (೧೨) ೩$\frac{೧}{೧೮}$ ವಾ. (೧೩) $\frac{೩೧}{೮೮}$ ರೂ. (೧೪) ೩$\frac{೧೫}{೧೭}$ ರೂ. (೧೫) ೧$\frac{೩}{೮}$ ಫೂ. (೧೬) ಮೋಟಾರದಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಗನೆ ಹೋಗಬಹುದು. ಮತ್ತು ೧$\frac{೧೩}{೭೦}$ ತಾಸು ಉಳಿತಾಯವಾಗುವದು. (೧೭) ೭$\frac{೧೯}{೭೮}$. (೧೮) ೧$\frac{೭}{೧೦}$ ಸೇ. (೧೯) ೨$\frac{೧೩}{೭೦}$ ವ್ಯೆ. (೨೦) ೨$\frac{೫}{೮೪}$ ಫೂ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೧) ಪು. ೭೭–೭೮

ಗುಂಪು ೧. (೧) ೧$\frac{೭}{೧೮}$. (೨) $\frac{೩೩}{೮೪}$. (೩) ೨$\frac{೧೯}{೮೪}$. (೪) ೨$\frac{೧೬}{೮೧}$. (೫) ೪$\frac{೩೭}{೭೦}$. (೬) ೩$\frac{೭}{೧೮}$. (೭) $\frac{೯}{೪೦}$. (೮) ೧$\frac{೩೭}{೪೦}$. (೯) $\frac{೭}{೮}$. (೧೦) ೧$\frac{೭}{೮}$. (೧೧) ೬$\frac{೯}{೪೦}$. (೧೨) $\frac{೧}{೨}$.

ಗುಂಪು ೨. (೧೧) ೧$\frac{೭}{೧೮}$. (೧೨) ೫$\frac{೪೭}{೮೧೦}$. (೧೩) ೮$\frac{೧}{೪}$. (೧೪) ೪$\frac{೧೧}{೮೪}$. (೧೫) ೨$\frac{೧೩}{೭೦}$. (೧೬) ೨$\frac{೧೧೩}{೧೮೦}$. (೧೭) ೨$\frac{೧೧}{೧೮}$. (೧೮) ೨$\frac{೭}{೧೦}$. (೧೯) ೪$\frac{೩}{೪}$. (೨೦) ೩$\frac{೫}{೧೮}$.

ಗುಂಪು ೩. (೧) ೧$\frac{೫}{೧೮}$ ರೂಪಾಯಿ. (೨) ೩$\frac{೨೩}{೧೮೦}$ ಎಕರೆ. (೩) ೩$\frac{೮}{೧೫}$ ವಾ. (೪) ೧೯$\frac{೭೩}{೯೬}$ ರೂ. (೫) ೭$\frac{೩}{೩೮}$ ರೂ. (೬) ೨$\frac{೧}{೧೮}$ ರೂ. (೭) ೩$\frac{೩}{೪}$ ಫೂಟು. (೮) $\frac{೨೯}{೬೦}$. (೯) ೩$\frac{೧}{೧೦}$ ರೂ. (೧೦) $\frac{೪}{೧೫}$.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೨) ಪು. ೮೩–೮೪

(೯) ೧೫೨ ತಾ. (೧೦) ೧೦೩$\frac{೨}{೮}$ ಶಿ. (೧೧) ೧೮$\frac{೩}{೮}$ ರೂ. (೧೨) ೨೮$\frac{೨}{೮}$ ರೂ. (೧೩) ೧೩$\frac{೧}{೮}$ ರೂ. (೧೪) (ಅ) ೭$\frac{೧}{೮}$ ರೂ. (ಆ) ೧೩$\frac{೩}{೮}$ ಫೂ. (ಇ) ೨$\frac{೨}{೮}$ ತಿಂ. (ಈ) ೩$\frac{೩}{೪}$. (ಉ) ೫$\frac{೧}{೮}$; (ಊ) ೨೦. (೧೫) ಮಗನಿಗೆ ೭೫೦೦ ರೂ. ಮಗಳಿಗೆ ೩೭೫೦ ರೂ. ಹೆಂಡತಿಗೆ ೨೫೦೦ ರೂ. ವಾಚನಾಲಯಕ್ಕೆ ೧೨೫೦ ರೂ. (೧೬) ೨೪೦ ಗಿಡಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೩) ಪು. ೮೭–೮೮

(೬) ೫/೮; ೧೦; ೨/೩ (= ೨ ೧/೩) (೭) ೪/೫; ೧೦ ೩/೫. (೮) ೩ ೨/೪; ೮ ೨/೩; ೩ ೨/೩. (೯) ೫ ೨/೩ ವೈ. (೧೦) ೬ ರೂ. (೧೧) ೧೨೦ ೨/೩ ರೂ. (೧೨) ೧/೩ ಭಾಗ. (೧೩) ೪೨ ೧೩/೧೬ ರೂ. (೧೪) ೧೮೦ ರೂ. (೧೫) ೧೪ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೪) ಪು. ೯೦–೯೧

(೪) ೪ ೨/೦; ೨/೧; ೫/೪; ೨/೩. (೫) ೧ ೨/೪ ರೂ. (೬) ೧ ೯/೧೬ ರೂ. (೭) ೨/೮ ಸೇ. (೮) ೧ ೨/೪ ರೂ. (೯) ೨/೫ ಸೇ. (೧೦) ೧ ೨/೪ ಆ. (೧೧) ೩ ೧/೪ ವೈ. (೧೨) ೨ ೫/೧೬ ರೂ. (೧೩) ೧೦/೧೬. (೧೪) ೫/೩೨. (೧೫) ೧/೫.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೫) ಪು. ೯೩

(೫) ೫; ೭ ೨/೩; ೧೦ ೨/೩ (೬) ೪೮ ಡಬ್ಬಿಗಳು (೭) ೧/೨ ತಾ. (೮) ೧೦ ತುಂಡು. (೯) ೧೬ ದಿ. (೧೦) ೯ ೧/೭ ವಾರ. (೧೧) ೪ ೪/೫. (೧೨) ೧೨ ೨/೩ ತುಂಡು. (೧೩) ೨೦ ಪು. (೧೪) ೪ ೨/೩ ದಿ. (೧೫) ೧೭ ೧/೩; ೩೭ ೧/೩.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೬) ಪು. ೯೭–೯೮

(೬) ೧ ೨/೧೪; ೧/೭; ೨/೮. (೭) ೬; ೨/೩; ೨ ೧/೩. (೮) ೨/೩; ೧ ೧/೫; ೨. (೯) ೨/೩; ೧೪; ೨ ೨/೩. (೧೦) ೧ ೧/೪; ೧ ೨/೩; ೩ ೨/೪. (೧೧) ೧/೩ ಸೇ. (೧೨) ೨ ೨/೪ ಡಝನ. (೧೩) ೮ ೭/೧೬ ರೂ. (೧೪) ೨/೫. (೧೫) ೩ ೨/೪ ತೊ. (೧೬) ೨ ೧/೩ ವ. (೧೭) ೨/೧೦ ಸೇ. (೧೮) ೫ ೧/೩ ಅಂತರ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೭) ಪು. ೯೯

(೧) ೧/೬; ೧/೩. (೨) ೧/೩೦; ೨. (೩) ೧/೩೫; ೧೭ ೧/೩. (೪) ೧; ೪ ೨/೧೬. (೫) ೧/೩೪. (೬) ೧೨ ೭/೮. (೭) ೪/೧೫. (೮) ೫/೩೪. (೯) ೫/೪. (೧೦) ೪೬. (೧೧) ೨/೪. (೧೨) ೩ ೨/೧೫. (೧೩) ೨ ೭/೯. (೧೪) ೧/೪.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೮) ಪು. ೧೦೧

(೧) ೯, ೧೨, ೧೪, ೧೩ ೧/೨, ೩೬ ಆಣೆಗಳು. (೨) ೧೦ ೨/೩; ೫; ೬ ೧/೩; ೧೫ ೨/೪ ಮಾಸಿಗಳು; ೮೪, ೪೦, ೫೨, ೧೨೬ ಗುಂಜಿಗಳು. (೩) ೧೮, ೧೫, ೨೦, ೫೬, ೧೩೨ ತಾಸುಗಳು. (೪) ೨೪; ೨೨ ೨/೩; ೪ ೨/೩; ೧೨೦; ೯೦ ಇಂಚುಗಳು.

(೫) ೭$\frac{೧}{೫}$; ೬$\frac{೨}{೩}$; ೧೬$\frac{೪}{೫}$; ೪೨; ೯೦ ತಿಂಗಳುಗಳು. (೬) ೩೨, ೨೪, ೩೬, ೪೦, ೬೮ ಸೇರುಗಳು. (೭) ೧೪ ಪೈ. (೮) ೪೩ ಲಿಂಬಿಹಣ್ಣುಗಳು. (೯) ೫$\frac{೧}{೨}$ ಸೇ. (೧೦) ೧೦೮ ಕೊಡಗಳು. (೧೧) ೪೪ ತುಂಡುಗಳು. (೧೨) ೩೩. (೧೩) ೨೯೫. (೧೪) ೫$\frac{೧}{೨}$ ಮೈ. ೨೯೦೦೨ ಫೂಟಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಆದ್ದರಿಂದ ವಿಮಾನಗಳು ಶಿಖರವನ್ನು ಮುಟ್ಟಬಲ್ಲವು. (೧೫) ೫೬$\frac{೨}{೩}$ ಪುಟಗಳಲ್ಲಿ ಕತೆ ಬರೆದರೂ ಆದರ ಪುಟಗಳು ೫೭.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೩೯) ಪು. ೧೦೩

(೧) $\frac{೧}{೬}$, $\frac{೧}{೪}$, $\frac{೧}{೩}$, $\frac{೧}{೨}$, $\frac{೨}{೩}$, $\frac{೫}{೬}$ ಆ. ಗಳು. (೨) $\frac{೧}{೮}$; $\frac{೩}{೧೬}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೫}{೧೬}$; $\frac{೩}{೮}$; $\frac{೭}{೧೬}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೯}{೧೬}$; $\frac{೫}{೮}$; $\frac{೧೧}{೧೬}$; $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೧೩}{೧೬}$; $\frac{೭}{೮}$; $\frac{೧೫}{೧೬}$ ರೂ. ಗಳು. (೩) $\frac{೧}{೧೨}$; $\frac{೧}{೬}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೧}{೩}$; $\frac{೫}{೧೨}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೭}{೧೨}$; $\frac{೨}{೩}$; $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೫}{೬}$; $\frac{೧೧}{೧೨}$ ತೊಲಿಗಳು. (೪) $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೩}{೮}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೫}{೮}$; $\frac{೩}{೪}$ ಮಾಸಿಗಳು. (೫) $\frac{೧}{೧೨}$; $\frac{೧}{೧೦}$; $\frac{೧}{೬}$; $\frac{೧}{೫}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೨}{೫}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೩}{೫}$; $\frac{೨}{೩}$; $\frac{೩}{೪}$ ತಾಸುಗಳು. (೬) $\frac{೧}{೬}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೧}{೩}$, $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೨}{೩}$; $\frac{೩}{೪}$ ಫೂಟುಗಳು. $\frac{೧}{೧೮}$; $\frac{೧}{೧೨}$; $\frac{೧}{೯}$; $\frac{೧}{೬}$; $\frac{೨}{೯}$; $\frac{೧}{೪}$ ಯಾರ್ಡುಗಳು. (೭) $\frac{೧}{೧೫}$; $\frac{೧}{೧೦}$; $\frac{೧}{೬}$; $\frac{೧}{೫}$; $\frac{೨}{೫}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೪}{೫}$ ತಿಂಗಳುಗಳು. (೮) $\frac{೧}{೨೪}$; $\frac{೧}{೧೬}$; $\frac{೧}{೧೨}$; $\frac{೧}{೮}$; $\frac{೧}{೬}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೫}{೮}$; $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೭}{೮}$ ಮಣಗಳು. (೯) $\frac{೧}{೮}$; $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೩}{೮}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೩}{೪}$ ಮೈಲುಗಳು. (೧೦) $\frac{೧}{೪}$; $\frac{೧}{೩}$; $\frac{೧}{೨}$; $\frac{೨}{೩}$; $\frac{೩}{೪}$; $\frac{೫}{೬}$ ದಸ್ತುಗಳು. (೧೧) ೨$\frac{೧}{೪}$ ರೂ. (೧೨) ೪$\frac{೨}{೩}$ ರೂ. (೧೩) ೬$\frac{೨}{೩}$ ತಾ. (೧೪) ೫$\frac{೧}{೧೬}$ ರೂ. (೧೫) ೨$\frac{೪}{೫}$ ತಿಂಗಳು ಮತ್ತು ೨೩$\frac{೫}{೮}$ ರೂ. ಬೆಲೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೦) ಪು. ೧೦೮

(೧೧) ೧೫೩೦ ರೂ. (೧೨) ೧೭$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. (೧೩) ೨೫೨ ರೂ. (೧೪) ೧$\frac{೧}{೪}$ ರೂ. (೧೫) ೫ ರೂ. ೧೧ ಆ. (೧೬) ೪ ಪುಟ (೧೭) ೧೬$\frac{೧}{೨}$ ಆ. (೧೮) ೨ ರೂ. ೪ ಆ. (೧೯) ೧ ರೂ. ೧೦$\frac{೧}{೪}$ ಆ. (೨೦) ೧೦೫ ಮೈ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೧) ಪು. ೧೦೯

(೧) $\frac{೧}{೬}$ ಪ. (೨) $\frac{೧}{೧೦}$ ಪ. (೩) $\frac{೧}{೩೦}$ ಭಾ. (೪) $\frac{೧}{೨೪}$ ಭಾಗ. (೫) $\frac{೧}{೨೪}$ ಭಾ. (೬) ೨$\frac{೧}{೪}$ ಸೇ. (೭) ೩$\frac{೩}{೪}$ ರೂ. (೮) ೪$\frac{೧}{೨}$ ರೂ. (೯) ೧$\frac{೧}{೨}$ ಆ. (೧೦) $\frac{೩}{೮}$ ರೂ. ಅಂದರೆ ೬ ಆ. (೧೧) ೯ ಮಿ. = $\frac{೩}{೨೦}$ ತಾಸು. (೧೨) ೨$\frac{೧}{೨}$ ಕೊಡ. (೧೩) ೧$\frac{೧}{೨}$ ಬಿಲ್ಲಿ. (೧೪) $\frac{೩}{೪}$ ರೂ. (=೧೨ ಆಣೆ) (೧೫) ೧ ರೂ. ೨ ಆ. (೧೬) ೧ ಆ. (೧೭) ೭೫ ಪು. (೧೮) ೧$\frac{೧}{೨}$ ಎ. (೧೯) ೧$\frac{೧}{೪}$ ತಿ. (೨೦) ೨$\frac{೧}{೨}$ ರೂ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೨) ಪು. ೧೧೧-೧೧೨

(೧) ೪೦ ಲಿಂಬೀಹಣ್ಣು. (೨) ೧೬೦ ಎಲಿಗಳು. (೩) ೧ $\frac{೭}{೮}$ ರೂ. (೪) $\frac{೩}{೮}$ ತಾ. (೫) ೧೨೬ ರೂ. (೬) ೩೬ ಪು. (೭) ೮ ರೂ. ೧೨ ಆ. (೮) ೩ ರೂ. ೧೨ $\frac{೨}{೫}$ ಆ. (೯) ೧೧ $\frac{೪}{೫}$ ಆ. (೧೦) ೪೧ $\frac{೪}{೫}$ ರೂ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೩) ಪುಟ ೧೧೬

(೧) $\frac{೯}{೧೧}$ ತಾ. (೨) ೩೪ ರೂ. ೬ ಆ. (೩) ೧೦ $\frac{೩}{೮}$ ರೂ. (೪) ೧೩ ರೂ. ೨ ಆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೪) ಪು. ೧೧೮-೧೧೯

(೧೧) ೯೬ ಗಡ್ಡಿ. (೧೨) ೧೮ ರೂ. ೬ ಆ. (೧೩) ೩೩ ರೂ. ೧೨ ಆ. (೧೪) ೬ ರೂ. ೯ ಆ. (೧೫) ೧೨ ರೂ. ೬ ಆ. (೧೬) ೬೦ ರೂ. ೯ ಆ. (೧೭) ೨೬೪ ರೂ. (೧೮) ೧ ಸೇರು. (೧೯) ೧೫೩೬ ರೂ. (೨೦) ೮೪ ರೂ. ೬ ಆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೫) ಪು. ೧೨೪-೧೨೫

(೯) ೧೨ ದಿ. (೧೦) ೧೦ ಜನರು. (೧೧) ೧೨ ಸಾರಿ. (೧೨) ೪೮ ದಿವಸಗಳ ವರೆಗೆ. (೧೩) ೧೨ ದಿನ ಹೆಚ್ಚು. (೧೪) ೫ ಜನರನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ತಕ್ಕೊಳ್ಳಬೇಕು. (೧೫) ೨ ತಿಂ. ೨೪ ದಿ. (೧೬) ೯ ದಿ. (೧೭) ೫೦ ದಿ. (೧೮) ಒಟ್ಟು ೪೪ ದಿ.; ೪ ದಿ. ಹೆಚ್ಚು. (೧೯) $\frac{೩}{೭}$ ತಾ. ತಡ. (೨೦) ೧೮ ದಿವಸ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೬) ಪು. ೧೨೭

(೧) ೧೮೦೦೦ ರೂ. (೨) ತಿನ್ನತಕ್ಕ ಭಾಗ ೬ ಫೂ., ಇಡೀ ಕಬ್ಬಿನ ಉದ್ದಳತೆ ೧೦ $\frac{೩}{೮}$ ಫೂ. (೩) ಒಕ್ಕಲಿಗರು ೭೫೦; ಒಟ್ಟು ಜನಸಂಖ್ಯೆ ೧೫೦೦. (೪) ೧೮ ಎಕರೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೭) ಪು. ೧೨೮

(೧) ೭೦ ರೂ. ಗಳ ಮೇವು. (೨) ೪೨ $\frac{೨}{೫}$ ಮೊಳ. (೩) ೩೦ ದಿವಸ. (೪) ೪೫೦ ಕೊಡ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೪೮) ಪು. ೧೩೦

(೧) ೬ ಜ. ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಬಂದವರು. (೨) ೨ ಜನರು. (೩) ೨೫ ಮೈ. (೪) ೪ ಆ. (೫) ೩ ಜನರು.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೦) ಪು. ೧೩೩

(೬) ೧೦೦ ರೂ. ಬ. (೭) ೪೫ ರೂ. ಬ. (೮) ೭೦ ರೂ. ಬ. (೯) ೮೫ ರೂ. ಬ. (೧೦) ೯ ರೂ. ಬ. (೧೧) ೧೪ ರೂ. ಬ. (೧೨) ೧೨ ೧/೪ ರೂ. ಬ. (೧೩) ೧೦ ೧/೩ ರೂ. (೧೪) ೨೨ ೧/೩ ರೂ. (೧೫) ೫೭೬ ರೂ. ರಾ. (೧೬) ೪೭೯ ೧/೩ ೧/೫ ರೂ. ರಾ. (೧೭) ೭೪೧ ರೂ. ರಾ. (೧೮) ೮೨೫ ರೂ. ರಾ. (೧೯) ೧೩೯೪ ರೂ. ರಾ. (೨೦) ೬೦೭ ೧/೩ ರೂ. ರಾ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೧) ಪು. ೧೩೭

(೧) ೨೮೮ ರೂ. ಬ. (೨) ೨೧,೪೪ ರೂ. (೩) ೧೬೨ ರೂ. (೪) ೨೨೫ ರೂ. ಬ. (೫) ೧೦೦೮ ರೂ. (೬) ೧೩೮ ರೂ. (೭) ೯೫ ರೂ. ೧೦ ಆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೪) ಪುಟ ೧೩೯—೧೪೦

(೬) ೧೫ ಆ. ಹಾನಿ. (೭) ೧೦ ಆ. ಲಾಭ. (೮) ೫ ರೂ. ಲಾಭ. (೯) ೮ ಆ. ಗಳಿಗೆ ೧ ಸೇ. ನಂತೆ. (೧೦) ೨ ೧/೩ ಆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೫) ಪು. ೧೪೧

(೧) ೧೫೦ ರೂ. ಕರ, ೪೬೫೦ ರೂ. ಉಳಿದ ಉತ್ಪನ್ನ (೨) ೩೩೦ ರೂ. ತಿಂಗಳ ಪಗಾರ. (೩) ೪೦೦೦ ಜನರು. (೪) ೨೦೦ ರೂ. (೫) ೪೦೦ ರೂ.

ಉದಾಹರಣೆಗಳು (೫೬) ಪು. ೧೪೨

(೧) ೨ ರೂ. ೧೩ ಆ. (೨) ೪೫೦೦ ರೂ. (೩) ೨೦೦ ಪು. ಗಳು. (೪) ೧ ರೂ. ೪ ಆಣೆ.



ಮುದ್ರಕರು: ಶ್ರೀ ಎಸ್. ಜಿ. ಪಾಲೇಕರ, ವಸಂತ ಮುದ್ರಣಾಲಯ, ಧಾರವಾಡ

ಅಳತೆ ಮುಂತಾದವುಗಳ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಚೆಕ್ಕು, ಹುಂಡಿ, ಪ್ರೋನೋಟಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ, ಬೀಜಗಣಿತದ ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ವಿವೇಚಿಸಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಕುದುರಿಸುವ ಉದ್ದೇಶದಿಂದ ಅಲ್ಲಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಬಿಡಿಯಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

ಎಲ್ಲ ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿಯೂ ವಿಷಯವು ಸುಲಭಗ್ರಾಹ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಆಕೃತಿ, ಅಂಕಿ-ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಸಾಕಷ್ಟು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೂ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನೂ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಹಾಗೂ ಅವು ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವೂ ನಿತ್ಯ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದವೂ ಆಗಿರುವಂತೆ ಗಮನಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತಮ್ಮ ಕಾರ್ಯಬಾಹುಳ್ಯದಲ್ಲಿಯೂ ಬಿಡುವು ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಬರೆದುಕೊಟ್ಟ ತಜ್ಞರಿಗೂ, ಇದನ್ನು ಓದಿ, ಮುನ್ನುಡಿಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಟ್ಟ ಕರ್ನಾಟಕ ಕಾಲೇಜಿನ ನಿವೃತ್ತ ಗಣಿತ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾದ ಶ್ರೀ. ಬಿ. ಬಿ. ಬಾಗಿ, ಎಂ. ಎ., ಹಾಗೂ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಬರೆದು ಕೊಟ್ಟ ಮುಂಬಯಿ ಮೇಲ್ಮನೆಯ ಸದಸ್ಯರಾದ ಶ್ರೀ ಎಚ್. ಎಫ್. ಕಟ್ಟಿಮನಿ, ಬಿ. ಎ. ಇವರ ಅನಂತ ಉಪಕಾರಗಳನ್ನು ಸ್ಮರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮತ್ತು ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಅವಶ್ಯವಾದ ಸಲಹೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ನೆರವು ನೀಡಿದ ಹಾಗು ಹಸ್ತಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿ ಕೊಟ್ಟ ಅನುಭವಿಕ ಶಿಕ್ಷಕರಾದ ಶ್ರೀ ಜಿ. ಚ. ಹಿರೇಮಠ, ಶ್ರೀ ಹಾವಳಿ, ಶ್ರೀ ಕೆ. ಎಸ್. ಪಾಟೀಲ ಹೆ. ಮಾ. ಪ್ರಾ. ಸ್ಕೂಲ ಇವರಿಗೂ, ಅಂದವಾದ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಕೊಟ್ಟ ಶ್ರೀ ಮೂರ್ತಿ ಹಾಗೂ ಶ್ರೀ ಜೀವೋತ್ತಮ ಮಂಗಳೂರ ಅವರಿಗೂ, ಸಕಾಲಕ್ಕೆ ಮುದ್ರಣ ಮಾಡಿಕೊಟ್ಟ ವಸಂತ ಮುದ್ರಣಾಲಯದ ಒಡೆಯರಾದ ಶ್ರೀ ಎಂ. ಜಿ. ಪಾಲೇಕರ ಅವರಿಗೂ ಆಭಾರಿಯಾಗಿದ್ದೇವೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರಬಹುದಾದ ಲೋಪದೋಷಗಳನ್ನು ತಜ್ಞರು ತಿಳಿಸಿದರೆ, ಪುನರ್ಮುದ್ರಣದಲ್ಲಿ ಕೃತಜ್ಞತೆಯಿಂದ ತಿದ್ದಿಕೊಳ್ಳುವೆವು. ಅವಸರದಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರಬಹುದಾದ ಮುದ್ರಣ ದೋಷಗಳನ್ನು ಮುಂದಿನ ಅಚ್ಚಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗುವದು.

—ಪ್ರಕಾಶಕರು.

ಕನ್ನಡ ಸಾಹಿತ್ಯ ಪ್ರಕಾಶನದಿಂದ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾದ ಪುಸ್ತಕಗಳು.



೧.	ನಮ್ಮ ಭಾರತದ ಇತಿಹಾಸ	ಭಾಗ ೧.	೫ನೆಯ ಇಯತ್ತೆಗೆ	೦-೧೪-೦
೨.	,,	ಭಾಗ ೨.	೬ನೆಯ ಇಯತ್ತೆಗೆ	೧- ೪-೦
೩.	,,	ಭಾಗ ೩.	೭ನೆಯ ಇಯತ್ತೆಗೆ	೧- ೬-೦
೪.	ಗಣಿತ ಬೋಧೆ		೪ನೆಯ ಇಯತ್ತೆಗೆ	೧- ೦-೦
೫.	,,	ಭಾಗ ೧.	೫ನೆಯ ,,	೧- ೬-೦
೬.	,,	ಭಾಗ ೨.	೬ನೆಯ ,,	೧-೧೨-೦
೭.	,,	ಭಾಗ ೩.	೭ನೆಯ ,,	೨- ೪-೦
೮.	ನೂತನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಞಾನ		೪ನೆಯ ,,	೦-೧೦-೦

Printed by: Shri M. G. Palekar, Vasant Printing Works, Dharwar.
Published by: Shri B. C. Hiremath, Manager, Kannada Sahitya Prakashana, Dharwar.